Стамалиева К.А., Шайланова М.М.

МАТЕМАТИКАЛЫК ЛОГИКАНЫН ЗАКОНДОРУ ЖАНА АЛАРДЫН КОЛДОНУЛУШТАРЫ

Стамалиева К.А., Шайланова М.М.

ЗАКОНЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

K.A. Stamalieva, M.M. Shailanova

LAWS OF MATHEMATICAL LOGIC AND THEIR APPLICATION

УДК: 510.6.

Бул илимий макалада математикалык логиканын логикалык закондорунун мүмкүнчүлүктөрү ачылган жана аны логикалык маселелерди чыгарууда, теоремаларды далилдөөдө, техникада колдонууну натыйжалары көрсөтүлгөн.

***Негизги сөздөр:** логикалык символдор, логикалык закондор, логикалык маселелер, контрапозиция закону, чындык таблица, релейно - контактуу схема.*

В этой научной статье раскрыты возможности логических законов математической логики и показаны результаты их применения в технике, при решении логических задач, при доказательстве теорем.

***Ключевые слова**: логические символы, логические законы, логические задачи, закон контрапозиции, таблица истинности, релейно – контактная схема.*

The possibilities of logical laws of mathematical logic are opened in this scientific article and results of their application in the equipment at the solution of logical tasks at the proof of theorems are shown.

***Key words**: logical symbols, logical laws, logical tasks, law of contraposition, table of the validity, contact-relay scheme.*

Азыркы учурда ар бир адамдын ийгилиги анын логикалык жактан туура так ой жүгүртүүсүнөн, тыянак чыгара алуусунан жана өзүнүн оюн ачык айкын айта алган жөндөмүнөн көз каранды болору бизге белгилүү.

Туура ой жүгүртө билүү адам баласынын ишмердүүлүгүнүн бардык тармактарында өтө зарыл. Ал эми математика үчүн математикалык билимдерди тургузуу каражаты катарында логикалык теориянын мааниси чоң.

Математикалык логика - бул ой жүгүртүү жолу менен математикалык изилдөө методдорун камтыган дедуктивдүү логика; ой жүгүртүү менен дедуктивдүү ыкманы пайдаланган математикалык теория; математикада математикалык тилди жана белгилелерди пайдаланган логика.

Математика дисциплинасы боюнча жаны материалды өздөштүрүүдө, дедуктивдүү жыйынтык чыгарууда логикалык ой жүгүртүүнүн мааниси жогору. Логикалык ой жүгүртүү процесси үч түрдүү форма аркылуу иш жүзүнө ашырылат: түшүнүк, ойлоо (ой жүгүртүү жана жыйынтык чыгаруу (корутундулоо) /1/.

Туура ой жүгүртүү аныкталган закондорго баш ийет, ал эми ал закондорду өздөштүрүү маселелерди чыгарууга жардам берет. Логикалык ой жүгүртүүнүн өзгөчөлүгү тажрыйбага таянбай туруп туура маалыматтан логикалык закондорду колдонуу менен туура жыйынтык чыгарууга болот. Бирок жаны илимий фактыны ачууга биздин ой жүгүртүү жөндөмүбүз логиканы дайыма эле билгичтик менен пайдалана албайт /6/.

Бул макаланын негизги максаты: математикалык логиканын закондорунун мүмкүнчүлүктөрүн пайдалануу менен алардын колдонуулушунун натыйжаларын көрсөтүү.

Логикалык закондорду логикалык маселелерди чыгарууда, теоремаларды далилдөөдө, техникада колдонуу мүмкүнчүлүктөрүн көрсөтүүгө аракеттенебиз.

1. Логикалык закондорду логикалык маселелерди чыгарууда колдонуу

Бул ыкманын негизги идеясы: логикалык маселенин текстин формула тилине которуу.

Логикалык маселелерди логикалык закондорду колдонуу менен төмөндөгү схема боюнча чыгарабыз :

- маселенин шарты изилденет;
- логикалык айтылыштар үчүн белгилөө системасы киргизилет;
- маселенин шарты боюнча логикалык байланыштар менен жазылган логикалык формулалар тургузулат;
- логикалык зокондорду пайдалануу менен өзгөртүү жүргүзүлөт;
- жыйынтыгында алынган формула боюнча корутунду чыгарылат жана маселенин чыгарылышы аныкталат.

Логикалык маселелерди чыгарууда төмөндөгү негизги логикалык закондор колдонулат:

1. $X \equiv X$ теңдештик закону (закон тождества).
2. $X \wedge \overline{X} \equiv$ ж - карама каршылык закону (закон противоречия).
3. $X \vee \overline{X} \equiv$ ч үчүнчүсүн чыгарып салуу закону (закон исключения третьего).
4. $\overline{\overline{X}} \equiv X$ – кош тануу закону (закон двойного отрицания).
5. $X \wedge X \equiv X$; $X \vee X \equiv X$ идемпотенттүү закону (закон идемпотентности).
6. $X \wedge У \equiv У \wedge X$; $X \vee У \equiv У \vee X$ коммутативдүү закону (закон коммутативности).

7. $(X \wedge \text{У}) \wedge Z \equiv X \wedge (\text{У} \wedge Z)$; $(X \vee \text{У}) \vee Z \equiv X \vee (\text{У} \vee Z)$ ассоциативдүү закону (закон ассоциативности).

8. $X \wedge (\text{У} \vee Z) \equiv (X \wedge \text{У}) \vee (X \vee Z)$; $X \vee (\text{У} \wedge Z) \equiv (X \vee \text{У}) \wedge (X \vee Z)$ дистрибутивдүү закону (закон дистрибутивности).

9. $\overline{X \vee \text{У}} \equiv \overline{X} \wedge \overline{\text{У}}$; $\overline{X \wedge \acute{O}} \equiv X^{-} \vee \acute{O}^{-}$ де Моргандын закону (закон де Моргана).

10. $X \wedge ч \equiv X$; $X \vee ж \equiv X$

11. $X \wedge ж \equiv ж$; $X \vee ч \equiv ч$

12. $X \wedge (X \vee \text{У}) \equiv X$; $X \vee (X \wedge \text{У}) \equiv X$ сиңирүү закону (закон поглощения)

13. $(X \vee \acute{O}) \wedge (\overline{X} \vee \acute{O}) \equiv \acute{O}$; $(X \wedge \acute{O}) \vee (\overline{X} \wedge \acute{O}) \equiv \acute{O}$ жабыштыруу закону (закон склеивания).

14. $X \to \text{У} \equiv \overline{X} \vee \text{У}$ $\quad X \to \text{У} \equiv \overline{X \wedge \overline{\text{У}}}$

15. $X \leftrightarrow \text{У} \equiv (X \to \text{У})(\text{У} \to X)$

$X \leftrightarrow \acute{O} \equiv (\overline{X} \vee \acute{O})(\overline{\acute{O}} \vee X)$; $X \leftrightarrow \text{У} \equiv (X \to \text{У})(\text{У} \to X) \equiv \left(\overline{X \wedge \overline{\text{У}}}\right)\left(\overline{\text{У} \wedge \overline{X}}\right)$

16. $X \to \text{У} \equiv \overline{\text{У}} \to \overline{X}$ контрапозиция закону (контрапозиция закону) /2/.

Эми бул негизги логикалык закондорду колдонуу менен төмөнкү маелелерди чыгарабыз:

1-мисал. Эгерде төмөнкүлөр белгилүү болсо, Максат ууру экендигин аныктагыла:
- Эгерде Тилек кечинде Максатка жолукпаса, анда Максат ууру же Тилек калп айтат.
- Эгерде Максат ууру эмес болсо, анда ал Тилек менен кечинде жолуккан эмес жана ууру түн ортосунан кийин болгон.
- Эгерде ууру түн ортосунан кийин болсо, анда Максат ууру же Тилек калп айтат. Берилгендер боюнча жөнөкөй айтылыштарды түзөлүк:

A – Тилек кечинде Максатка жолуккан жок.

B – Максат ууру.

C – Тилек калп айтат.

D – Ууру түн ортосунан кийин болгон. Бул айтылыштар боюнча жана маселенин шартын эске алуу менен татаал логикалык формулаларды түзөбүз:
- *Эгерде Тилек кечинде Максатка жолукпаса, анда Максат ууру же Тилек калп айтат*: $(A \Rightarrow (B \vee C)$
- *Эгерде Максат ууру эмес болсо, анда ал Тилек менен кечинде жолуккан эмес жана ууру түн ортосунан кийин болгон*: $\bar{B} \Rightarrow A \wedge D$
- *Эгерде ууру түн ортосунан кийин болсо, анда Максат ууру же Тилек калп айтат*: $D \Rightarrow (B \vee C)$ /3/

Максат ууру экендигин аныктоо үчүн маселенин шартын эске алуу менен төмөнкү формуланы түзөбүз: $(A \Rightarrow (B \vee C)(\bar{B} \Rightarrow AD)\big(D \Rightarrow (B \vee C)\big)$ түзүлгөн формулалардын конъюнкциясын алабыз жана логикалык закондорду колдонуу менен формуланы өзгөртөбүз: жазуу жеңилирээк болуш үчүн конъюнкция белгисин мисалы: $\mathrm{A} \wedge \mathrm{B} = \mathrm{AD}$ түрүндө жазып алабыз:

$$(A \Rightarrow (B \vee C)(\bar{B} \Rightarrow AD)\big(D \Rightarrow (B \vee C)\big) \equiv (14 - \textit{формуланы колдонобуз}) \equiv (\bar{A} \vee (B \vee C))(\bar{\bar{B}} \vee AD)(\bar{D} \vee B \vee C) \equiv$$
$$\equiv (8 - \textit{формуланы колдонобуз}) \equiv\equiv (\bar{A}B \vee \bar{A}AD \vee BB \vee BAD \vee BC \vee ADC)(\bar{D} \vee B \vee C) \equiv (\bar{A}AD$$
$$\equiv ж\,(2 - \textit{формула боюнча})) \equiv$$
$$\equiv (\bar{A}B\bar{D} \vee B\bar{D} \vee ABD\bar{D} \vee BC\bar{D} \vee AD\bar{D}C \vee \bar{A}B \vee B \vee BAD \vee BC \vee ABCD \vee \bar{A}BC \vee BC \vee ABCD \vee BC$$
$$\vee ADC \equiv B\bar{D} \vee BC\bar{D} \vee B \vee ADC \equiv B \vee ACD.$$

$ABD\bar{D} \equiv ж$, $AD\bar{D}C \equiv ж$, ал эми $X \vee ж \equiv X$ болгондуктан, алар алынып ташталат. $\bar{A}B \vee \bar{A}B\bar{D} \equiv \bar{A}B \equiv B\bar{A}$ барабар (12-формула боюнча). Ушул эле формула боюнча $B \equiv B\bar{D} \equiv BC\bar{D} \equiv BAD \equiv B\bar{A} \equiv BC$;

$ABCD \vee ABCD \equiv ABCD$ $(5 - \textit{формула боюнча})$.

Алынган $B \vee ACD$ формула төмөнкү айтылышты берет: Максат ууру же ууру түн ортосунан кийин болгон жана Максатты кечинде көргөм деп Тилек калп айтат. Акыркы ACD татаал айтылыш да Максат ууру экендиги далилдейт. Демек, Максат ууру.

2. Логикалык закондорду теоремаларды далилдөөдө колдонуу

Теоремаларды далилдөөдө көбүнчө контрапозиция законун колдонобуз.

Практика көрсөткөндөй билим алуучулар көбүнчө теоремаларды далилдөөдө кыйналышат жана геометриялык маселелерди чыгаруудагы кыйынчылыктарга дуушар болушат. Алар тескери жана карама-каршы теоремалардын ортосундагы айырмачылыкты; теореманы далилдөөдөгү зарыл жана жетиштүү шарттарды биле беришпейт.

Каалаган теорема эки бөлүктөн турат башкача айтканда, берилген бөлүгүн шарты дейбиз, ал эми далилдене турган бөлүгүн корутунду дейбиз /2/.

Ар бир сүйлөмдүн төрт учурун жазууга болот, б.а. (1) $\grave{A} \Rightarrow \hat{A}$ менен берилген сүйлөмдөр үчүн төмөнкүлөрдү түзүүгө болот:

$\hat{A} \Rightarrow A$ (1) сүйлөмдүн тескери сүйлөмү;

$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$ (1) сүйлөмгө карама каршы сүйлөм;

$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ (1) сүйлөмгө карама –каршыга тескери сүйлөм /4/.

Контрапозиция законунун тууралыгын чындык таблица боюнча текшеребиз:

A	$\hat{A}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$	$\hat{A} \Rightarrow A$	$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1

Таблицадагы маанилерин салыштырып $\grave{A} \Rightarrow \hat{A}$ менен $\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$ тен күчтүү эмес экендигин, ал эми $\grave{A} \Rightarrow \hat{A}$ менен $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ тең күчтүү экендиги аныктоого болот /4/.

Контрапозиция закону – бул тануунун жардамы менен берилген айтылыштын шартын жана корутунду бөлүгүн орун алмаштыруу болуп саналат, б.а. $\grave{A} \Rightarrow \hat{A} \equiv \overline{B} \Rightarrow \overline{A}$

Контрапозиция законуна мисал келтирелик:

“Эгер чындык күмөн болбосо, анда күмөн чындык болбойт.”

“Эгерде шамал болбосо, анда чөптүн башы кыймылдабайт. Тескерисинче, эгерде чөптүн башы кыймылдаса, анда шамал болот.”

“От болсо, түтүн болот, тескерисинче, от болбосо түтүн болбойт”/5/.

Геометрия курсунда контрапозиция законунун колдонулушу кээ бир теоремалардын далилденишин жеңилдетет, б.а берилген теоремалардын ордуна теоремага карама каршыга тескери теореманы далилдеп коюш жеңилге турат.

1-мисал: $A \Rightarrow B$: Эгерде параллелограмм ромб болсо, анда анын диагоналдары өз ара перпендикулярдуу болот. $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$: Эгерде параллелограммдын диагоналдары өз ара перпендикулярдуу болушпаса, анда ал ромб болбойт.

Берилди: ABCD – параллелограмм. AC жана BD диагоналдары перпендикулярдуу эмес. ABCD **–** ромб эмес экендигин далилдөө керек.

Далилдөө: ABCD-параллелограмм болгондуктан, анын карама – каршы жактары барабар болот: AB=CD, BC=AD.

Ал эми параллелограммдын касиети боюнча BO=OD, AO=OC. AC диагоналы BD га перпендикулярдуу болбогондуктан, BC$\neq$ CD, себеби тең капталдуу үч бурчтукта гана OC – перпендикуляр болгондо гана BO=OD барабар болот. Ушул сыяктуу эле AO - ΔAOD үч бурчтугунун перпендикуляры болбогондуктан, AB$\neq$AD. Демек, ABCD- ромб эмес. Теорема далилденди /5/.

Демек, логиканын контрапозиция законун колдонуу биринчиден, геометрия сабагына болгон кызыгуусун жаратат, экинчиден, убакытты үнөмдөйт, үчүнчүдөн, билим алуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өстүрөт, төртүнчүдөн, шарттарды туура коюга жана корутундуну туура чыгарууга үйрөтөт.

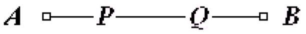
Жакшы уюшулган системада логикалык закондорун колдонуу көптөгөн «функция жана график», «теңдемелерди жана барабарсыздыктарды чыгаруу», «геометриянын элементтери» сыяктуу традициондук түшүнүктөрдү баяндоодо жакшы түшүнүүгө жана негизинен математикалык логиканы тереңирээк өздөштүрүүгө мүмкүндүк берет.

3. Логикалык закондорду техникада колдонуу

Электр тогунун туташтыруу схемасы эки полюсту туташтырган (кирүү, чыгуу) жана контактардан түзүлгөн түзүлүш. Контактар удаалаш жана параллель туташтырылат. Формуланын жардамы менен релейно - контактуу схеманы түзүүгө болот.

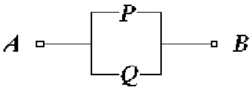
Бизге төмөнкү туташтыруу схема берилсин. Бул схемада проводдор удаалаш туташтырылгандыктан, контактардын конъюнкциясын алабыз.

Эгерде электр проводдор удаалаш туташтырылса, анда ал түзүлүш конъюктивдүү деп аталат.



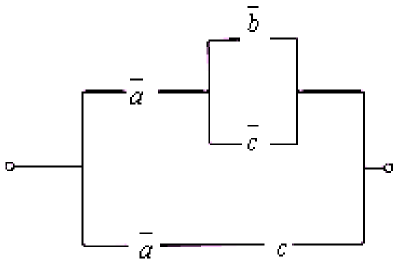
Схеманын формуласы төмөнкүдөй болот: $p \wedge q$

Эгерде электр проводдор параллель туташтырылса, анда ал дизъюнктивдүү деп аталат жана схеманын



формуласы төмөнкүдөй болот: $p \vee q$

1-мисал. Төмөнкү схеманын формуласын түзүп, логикалык закондордун жардамы менен жөнөкөйлөткүлө, андан кийин жөнөкөйлөткөн формуланын схемасын түзгүлө /3/.



Чыгарылышы: берилген схема боюнча формула түзөбүз жана логикалык закондорду колдонуу менен түзүлгөн формуланы жөнөкөйлөтөбүз:

$$\bar{a} \wedge (\bar{b} \vee c) \vee \bar{a}\,\bar{c} \equiv \bar{a}\,\bar{b} \vee \bar{a}c \vee \bar{a}\,\bar{c} \equiv \bar{a}\,\bar{b} \vee \bar{a} \wedge (\bar{c} \vee c) \equiv \bar{a}\,\bar{b} \vee \bar{a} \equiv \bar{a} \wedge (\bar{b} \vee 1) \equiv \bar{a}$$

Акыркы эки формулага 12-формуланы колдондук. Анда жөнөкөйлөтүлгөн формуланын схемасы төмөнкүдөй болот:

Мындан төмөнкүдөй жыйынтык чыгарууга болот: кээ бир учурларда электр тогун туташтырууда логиканын законун колдонуу менен ашык контакттарды алып таштоого болот.

Жыйынтыктап айтканда математикалык логиканын закондорун колдонулушу математикалык идеяларды, методдорду жана математикалык тилди жакшы өздөштүрүүсүнө, студенттердин логикалык маданиятын жогорку деңгээлге калыптандыруусуна көмөктөшөт.

Адабияттар:

1. С.Т.Гиндикин.- Алгебра логики в задачах.- Наука, 1972.
2. И.Л.Никольская.- Математическая логика.- М.- Высшая школа, 1981.
3. Математическая логика // Википедия / http://ru.wikipedia.org
4. К.А.Стамалиева. - Элементы математической логики в школьном курсе математики: Сборник трудов ТалГУ. - Бишкек, 2005. - 148-152бб.
5. К.А.Стамалиева. – Контрапозиция закону: Вестник КНГУ. - Бишкек, 2013. - 158-162бб.
6. С.Л.Эдильман .- Математическая логика.- М.- Высшая школа, 1975.
7. Фрейденталь. - Язык логики. - Наука,1969.
8. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи. М. 1989.

Рецензент: доцент Курманкулов Ш.Ж.