Шадибекова А.Ш.

АДАМДАР АРАСЫНДАГЫ МАМИЛЕЛЕРДИ ЭСЕБИНДЕ ЧАКАН ТОП МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛИН ПРОГРАММАЛОО

Шадибекова А.Ш.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ МАЛЫХ ГРУПП С УЧЕТОМ МЕЖЛИЧНОСТНЫХ ОТНОШЕНИЙ

A.Sh. Shadibekova

PROGRAMMING MATHEMATICAL MODEL OF SMALL GROUPS WITH INTERPERSONAL RELATIONSHIPS ACCOUNT

УДК: 519. 854. 3

Макаланын максаты - дискреттик оптималдаштыруу жана теория графикалык жана математикалык моделдөө жардамы менен адамдар арасындагы мамилелерди чагылдырган, логикалык чектөөлөрдүн максатында топтордун калыптануу маселесин изилдейт. Математикалык моделдерин жана ыкмаларын колдонуу сунуш кылынат. Бул маселенин теориялык - графикалык моделин иштеп чыгуу жана бүтүн сызыктуу программалоо моделин, эвристикалык алгоритмдерди иштеп чыгуу.

Негизги сөздөр: *операцияларды изилдөө, дискреттик оптималдаштыруу, өндүрүштүк топ, эвристика.*

Цель статьи - с помощью математического аппарата дискретной оптимизации и теории графов исследуется задача формирования производственных групп с учетом логических ограничений, отражающих межличностные отношения. Целесообразно применение математических моделей и методов. Разработка теоретико-графовой модели и модели ЦЛП для рассматриваемой задачи, разработка эвристических алгоритмов решения задачи.

Ключевые слова: *исследование операций, дискретная оптимизация, производственная группа, эвристика.*

The purpose of the article - by using the mathematical formalism of discrete optimization and graph theory studies the problem of the formation of producer groups with a view of logical constraints, reflecting the interpersonal relationships. It is advisable the use of mathematical models and methods. Development of graph-theoretic model and integer linear programming for this problem, the development of heuristic algorithms for solving the problem.

Key words: *operations research, discrete optimization, production group, heuristics.*

На современном этапе развития общества актуальной становится проблема подбора квалифицированных кадров, что обусловлено созданием новых компаний, развитием торговых сетей, повышением требований к специалистам. Для качественного решения этой проблемы целесообразно применение математических моделей и методов. В [1] представлен ряд постановок задач формирования производственных групп, основаниях на известных задачах о назначениях. В [2] предложены их обобщения с учетом межличностных, иерархических и некоторых других отношений. В статье [1] рассмотрены вопросы программирования математических моделей, проектирования производственных коллективов.

Методы исследования: методы дискретной оптимизации и теории графов.

Цель статьи: разработка теоретико-графовой модели и модели целочисленного линейного программирования для задачи формирования производственных групп, установление разработка эвристических алгоритмов для приближенного решения задачи.

1. Формулировка задачи

Рассмотрим следующую постановку задачи формирования производственных групп. Предположим, что имеется множество специалистов, являющихся претендентами для включения в производственную группу. Между ними существуют бинарные отношения двух типов – комфортные и напряженные. Допускается ситуация, когда между некоторыми специалистами отношения не определены (эти специалисты безразличны друг к другу). Необходимо сформировать производственную группу так, чтобы число комфортных отношений между её членами было максимальным, а напряженные отношения отсутствовали.

Теоретико-графовая модель

Построим теоретико-графовую модель данной задачи. Определим граф $G = (V, E)$ с множеством вершин $V = \{1, \dots, n\}$ и множеством ребер

$$E \subseteq \{(i, j) \mid i, j \in V, \ i \neq j\}.$$

Пусть вершины графа G соответствуют претендентам на включение в производственную группу, а ребра отношениям между ними, причем

$$E = E_1 \cup E_2, E_1 \cap E_2 = \varnothing,$$

где E_1 – множество ребер, отражающих комфортные отношения между специалистами, E_2 – множество ребер, отвечающих напряженным отношениям.

Задача оптимизации заключается в отыскании подмножества $V' \subseteq V$ такого, что подграф G' графа G, порожденный подмножеством V', не содержит ребер из E_2 и включает максимальное число ребер из E_1.

В дальнейшем для удобства изложения окрасим ребра графа G в различные цвета: ребра из E_1 – в зеленый цвет, а из E_2 – в красный.

Отметим, что исходный граф $G = (V, E)$ не обязательно связен, поскольку возможны ситуации, когда множество ребер E пусто, когда E состоит только из красных ребер или только из зеленых ребер. Для этих трех случаев имеем:

1) $E = \varnothing$, то есть $E_1 = \varnothing$, $E_2 = \varnothing$. Случай безреберного графа, это означает, все специалисты попарно безразличны друг к другу. В данном случае значение целевой функции (как максимальное число зеленых ребер) равно 0. Допустимым и оптимальным решением задачи будет любое подмножество множества вершин. В частности, в качестве оптимального решения можно рассматривать $V' = V$;

2) $E_1 \neq \varnothing$, $E_2 = \varnothing$. В графе только зеленые ребра, это означает, что между любой парой специалистов или комфортные отношения, или отношения не определены. В данном случае значение целевой функции равно $|E_1|$. Допустимым и оптимальным решением задачи будет любое подмножество множества вершин. В частности, в качестве оптимального решения можно рассматривать $V' = V$;

$E_1 = \varnothing$, $E_2 \neq \varnothing$. В графе только красные ребра, это означает, что между любой парой специалистов или напряженные отношения, или отношения не определены. Здесь значение целевой функции равно 0. Допустимым и оптимальным решением задачи является любое независимое подмножество множества вершин V графа G.

Модель целочисленного линейного программирования

Построим модель целочисленного линейного программирования (ЦЛП) для рассматриваемой задачи. Введем булевы переменные:

– $x_j = 1$, если специалист j включен в состав формирующего коллектива;

– $x_j = 0$ в противном случае, $j \in V = \{1, \ldots, n\}$;

– $y_{ij} = 1$, если специалисты i и j входят в коллектив и между ними комфортные отношения;

– $y_{ij} = 0$ в противном случае, $(i, j) \in E_1$.

Тогда получаем следующую модель ЦЛП:

$$\sum_{(i,j)\in E_1} y_{ij} \rightarrow \max \quad (1)$$

при условиях

$$x_i + x_j \leq 1, \ (i, j) \in E_2, \quad (2)$$

$$x_i + x_j - 2y_{ij} \geq 0, \ (i, j) \in E_1, \quad (3)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \ j \in V, \quad (4)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \ (i, j) \in E_1. \quad (5)$$

Соотношение (1) описывает максимизацию целевой функции – числа зеленых ребер в подграфе G', то есть максимизацию степени комфортности отношений. Неравенства (2) соответствуют требованию отсутствия красных ребер в G'. Ограничения (3) обеспечивают выполнение условия: переменная y_{ij} может принимать значение, равное единице, только если обе вершины i и j, инцидентные одному зеленому ребру, входят в решение.

2. Программные средства

Сведения о разработанных программах

С целью проведения экспериментальных исследований, а также создания удобного инструментария для специалистов по управлению кадрами, были рассмотрены алгоритмы, которые реализованы в виде комплекса программ FormPR.

Среда разработки: Delphi 7.

Программный комплекс FormPR включает

–модуль ввода, вывода и визуализации данных,

–модуль HeuristicHA1, реализующий эвристику HA_1,

–модуль HeuristicHA2, реализующий эвристику HA_2.

На вход подается связный обыкновенный граф $G = (V, E)$. Описание графа может быть считано с файла, после этого изображение графа появляется на экране. Имеются средства непосредственного создания изображения графа на экране монитора. В этом случае программа автоматически формирует описание графа в виде файла.

В качестве результата программа выдает подграф $G' = (V', E')$, множество вершин V' которого определяет решение, а величина $|E'|$ – значение целевой функции. Подграф $G' = (V', E')$ изображается на экране.

Допускается режим пошагового выполнения выбранной эвристики. Кроме графического изображения, все численные промежуточные и окончательные результаты выводятся в файл, который может быть просмотрен пользователем.

На рисунке 1 представлено изображение графа, выполненного FormPR. Результирующий граф, полученный с помощью HeuristicHA1 и Heuristic HA2, приведен на рисунке 2.

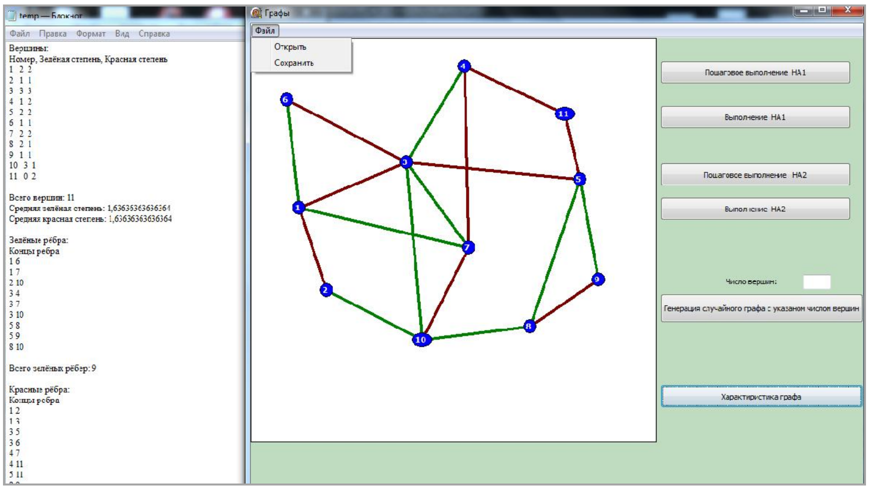

Рисунок 1. Изображение тестового графа *G*.

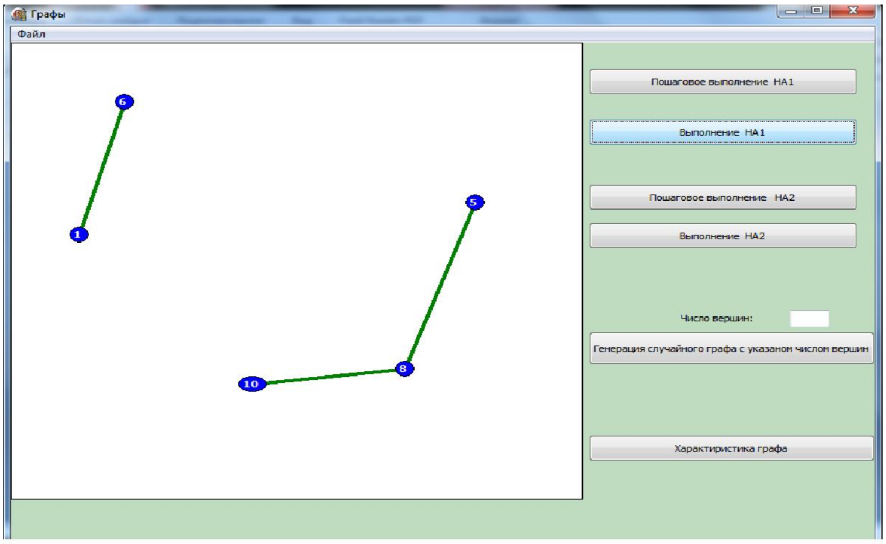

Рисунок 2. Результирующий подграф *G*′.

Выводы

Построены модели целочисленного линейного программирования и теоретико-графовая постановка.

Результаты могут быть использованы при подборе кадров для предприятий и учреждений, а также в учебном процессе при изучении методов дискретной оптимизации, теории графов и комбинаторных алгоритмов.

Литература:

1. Колоколов А.А. Решение некоторых задач управления персоналом с использованием методов оптимизации. / А.А. Колоков, А.В. Артемова, Л.Д. Афанасьева // Динамика систем, механизмов и машин: материалы VIII Международной научно-техн. конф. - Омск: Изд-во ОмГТУ, 2012. - № 3, С. 55-58.
2. Колоколов, А.А. Решение задач формирования малых групп с учётом межличностных отношений / А.А. Колоколов, Ю.С. Серышева, Л.Д. Шулепова // Труды XV Байкальской международной школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения". Т. 5: Прикладные задачи. - Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2011. - С. 61-66.
3. Новиков, Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд/ Д.А. Новиков. - Москва: Издательство физико-математической литературы, 2008.
4. Papadimitriou C.H. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity / C.H. Papadimitriou, K. Steiglitz – New York: Dover, 1998.
5. Гофман В.А. Delphi быстрый страт / А.Хоменко. – Санкт-Петербург, 2003. - С. 153.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Мураталиева В.Т.