

Ураимхалилова А., Кыралиева Г.Б.

ЖОГОРКУ ТАРТИПТЕГИ ТАМЫРДАН ЧЫГАРУУНУН СЫРЛАРЫ

Ураимхалилова А., Кыралиева Г.Б.

СЕКРЕТ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОРНЕЙ С БОЛЬШИМИ СТЕПЕНЯМИ

A. Uraimkhalilova, G.B. Kyralieva

THE SECRET ROOT EXTRACT GREATER EXTENT

УДК: 51.

Бул макалада жогорку даражадагы тамырларды кантип чыгаруунун жолдору кыскача берилди. Квадраттык тамырдан сырткары, жогорку даражадагы тамырдан чыгаруу бир топ кыйынга турат. Ошондуктан бул макалада кубдук, бешинчи, жетинчи, тогузунчу жана андан жогорку даражадагы тамырлардын жакындаштырылган маанисин табуунун айрым жолдору көрсөтүлдү. Жогорку тартиптеги тамырдан чыгаруунун сырлары кээ бир мисалдар менен берилди.

**Негизги создор.** математикалык тамыр, тамырдан чыгаруу, даража, жогорку даражалар, логарифм, цифра, результата.

В статье рассматриваются пути извлечение корня высоких степеней. Всегда была трудно быстро решать корень высоких степеней, кроме квадратного корня. По этому в статье дано конкретное и приближенное вычисление значений кубических, пятое, седьмое, девятое и извлечение корней высоких степеней. Некоторые секреты извлечения корней высоких степеней дано на определенных примерах с решениями.

**Ключевые слова:** математическая корень, извлечение корня, степень, высокие степени, логарифм, целое число, свойства.

The article discusses the way the root of high degrees. Always was difficult to quickly address the root of high degree, except for square root. In this particular article and the approximate calculation of the values of cubic, fifth, seventh, ninth, and extraction of roots of high degree. Some of the secrets of extracting the roots of high degrees is given for certain examples with solutions.

**Key words.** mathematical root, root extract, degree, higher degree, logarithm, integers property.

Задача – это почти всегда поиск, раскрытие каких-то свойств и отношений, а средства ее решения – это интуиция и догадка, эрудиция и владение методами математики. Это же качество человеческого ума воспитываются, укрепляются, обогащаются у каждого, кто регулярно отдает часть своего досуга умственной гимнастике, лучшим видом которой является решение математических головоломок, ребусов, задач с интригующим содержанием.

Некоторые из предлагаемых задач близко по форме и содержанию задачам школьных учебников. Другие – по трудности – на ступеньку выше, оставаясь все же в границах доступности для учащихся VIII-XI классов и всех, окончивших школу. Но те и другие задачи нацелены на проникновение разумом в мир чисел, на раскопку его богатств, на возбуждение математической любознательности и собственной инициативы.

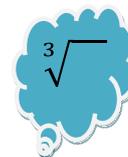
По этому мы расскажем об извлечении «в уме» корней из некоторых целых чисел. Работа с такими числами потребует обращения к справочникам, таблицам и калькуляторам, а этот навык необходим в наше время каждому. Расскажем методы извлечение в уме корней из больших степеней. Пусть тайно от вас возведет в куб, или пятую, или седьмую, или девятую степень задуманное ими двузначное число и сообщат результат. Вы быстро извлекаете корень соответствующей степени и называете число, задуманное вашими друзьями.

Секретом такой задачи овладеть нетрудно. Надо лишь знать таблицу степеней всех однозначных чисел и связь, существующую между последней цифрой основания степени и последней цифрой результата возведения в степень.

**а) Для извлечения кубического корня:**

Кубы чисел от 1 до 10

$$\begin{array}{lll} 1^3 = 1, & 2^3 = 8, & 3^3 = 27, \\ 4^3 = 64, & 5^3 = 125, & \\ 6^3 = 216, & 7^3 = 343, & 8^3 = 512, \\ 9^3 = 729, & 10^3 = 1000. & \end{array}$$



Подмечаем свойство: все цифры, на которые могут оканчиваться кубы чисел различны.

Последняя цифра куба совпадает с числом, возведенным в куб, для оснований степени 1,4,5,6,9 и равна разности числа 10 и числа, возведенного в куб, для остальных оснований: 2,3,7,8.

Первую цифру результата извлечения кубического корня находим следующим образом: отбросим последние три цифры заданного числа и рассмотрим оставшееся число – между кубами каких чисел оно располагается в таблице кубов. Меньшее из них и дает первую цифру искомого числа [1].

Пример. Требуется извлечь кубический корень из 389017.

Так как последняя цифра заданного числа 7 и  $10-7=3$ , то 3-последняя цифра искомого числа. Отбрасывая последние три цифры заданного числа, получим число 389; оно располагается в таблице кубов между кубами чисел 7 и 8. Меньшее из этих чисел (7) и есть первая цифра искомого числа. Поэтому ответ:  $\sqrt[3]{389\ 017} = 73$ .

Пример. Вычислить  $\sqrt[3]{636\ 056}$ . Так как последняя цифра подкоренного числа 6, то и последняя цифра искомого числа 6. Отбрасывая последние три цифры заданного числа, получим 636; это число

располагается между кубами чисел 8 и 9. Меньшее - 8, т.е.  $\sqrt[3]{636\ 056} = 86$ .

Для извлечения кубического корня из чисел свыше 1 млн. нужно держать в памяти (или «на шпаргалке») кубы чисел от 11 до 20:

|                 |                 |               |
|-----------------|-----------------|---------------|
| $11^3 = 1331$ , | $12^3 = 1728$ , | $13^3 = 2197$ |
| $14^3 = 2744$   | $15^3 = 3375$   | $16^3 = 4096$ |
| $17^3 = 4913$   | $18^3 = 5832$   | $19^3 = 6859$ |
| $20^3 = 8000$   |                 |               |

Пример. Вычислить  $\sqrt[3]{1\ 860\ 867}$ . Последняя цифра заданного числа 7, тогда  $10-7=3$  последняя цифра искомого числа.

Отбрасывая последние три цифры заданного числа, получим число 1860, которое располагается в таблице кубов между кубами чисел 12 и 13. Меньшее из этих чисел (12) дает первые две цифры искомого результата. Итак,  $\sqrt[3]{1\ 860\ 867}=123$ .

**б) Для извлечения корня пятой степени:**

Пятые степени чисел от 1 до 10

|                |                     |
|----------------|---------------------|
| $1^5 = 1$ ,    | $6^5 = 7776$ ,      |
| $2^5 = 32$ ,   | $7^5 = 16\ 807$ ,   |
| $3^5 = 243$ ,  | $8^5 = 32\ 768$ ,   |
| $4^5 = 1024$ , | $9^5 = 59\ 049$ ,   |
| $5^5 = 3125$ , | $10^5 = 100\ 000$ . |



Подмечаем свойство: последняя цифра пятой степени числа совпадает с основанием степени.

Первую цифру искомого результата извлечения корня пятой степени находим следующим образом: отбросим последние пять цифр заданной пятой степени числа и рассмотрим оставшееся число - между какими числами в таблице пятых степеней оно располагается. Меньшее из соответствующих оснований степени покажет первую цифру искомого числа.

Пример. Извлечь корень пятой степени из числа 2 476 099.

Последняя цифра искомого результата 9. Отбрасываем последние пять цифр заданного числа, остается число 24, которые располагается в таблице между пятью степенями чисел 1 и 2. Значит, 1-первая цифра результата.

Поэтому  $\sqrt[5]{2\ 476\ 099} = 19$ .

Пример. Вычислить  $\sqrt[5]{9\ 765\ 625}$ . Последняя цифра результата 5. Отбрасываем последние пять цифр, остается число 97, которое располагается между пятью степенями чисел 2 и 3. Значит,  $\sqrt[5]{9\ 765\ 625} = 25$ .

**в) Для извлечения корня седьмой степени:**

Седьмые степени чисел от 1 до 10

|                   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| $1^7 = 1$ ,       | $6^7 = 279\ 936$ ,      |
| $2^7 = 128$ ,     | $7^7 = 823\ 543$ ,      |
| $3^7 = 2187$ ,    | $8^7 = 2\ 097\ 152$ ,   |
| $4^7 = 16\ 384$ , | $9^7 = 4\ 782\ 969$ ,   |
| $5^7 = 78\ 125$ , | $10^7 = 10\ 000\ 000$ . |

Подмечаем, что все цифры, на которые могут оканчиваться седьмые степени, различны. Последняя цифра степени, совпадает с числом, возведенным в седьмую степень, для оснований степени 1, 4, 5, 6, 9 (как и у кубов) и равна разности числа 10 и числа, возведенного в седьмую степень, для остальных оснований: 2, 3, 7, 8 (то же, как у кубов). [2]

Пример. Извлечь корень седьмой степени из числа 3 404 825 447. Последняя цифра заданного числа 7; так как  $10 - 7 = 3$ , то 3 - последняя цифра искомого числа. Найдем первую цифру корня: зачеркиваем последние семь цифр заданного числа, остается числа 340, которое располагается в таблице между седьмыми степенями чисел 2 и 3. Меньшее из них (2) дает первую цифру искомого числа. Поэтому

$\sqrt[7]{3\ 404\ 825\ 447} = 23$ .

**г) Для извлечения корня девятой степени:**

Девятые степени чисел от 1 до 10

|                       |                             |
|-----------------------|-----------------------------|
| $1^9 = 1$ ,           | $6^9 = 10\ 076\ 696$ ,      |
| $2^9 = 512$ ,         | $7^9 = 40\ 353\ 607$ ,      |
| $3^9 = 19\ 683$ ,     | $8^9 = 134\ 217\ 728$ ,     |
| $4^9 = 262\ 144$ ,    | $9^9 = 387\ 420\ 489$ ,     |
| $5^9 = 1\ 953\ 125$ , | $10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$ . |

Видим, что последняя цифра девятой степени совпадает с цифрой основания степени (как у пятых степеней). Первую цифру корня девятой степени находим следующим образом: отбросим последние девять цифр заданного числа и рассмотрим оставшиеся числа - между какими числами оно располагается в таблице девятой степени. Меньшее из соответствующих оснований степени укажет первую цифру искомого числа.

Пример. Вычислить быстро  $\sqrt[9]{46\ 411\ 484\ 401\ 953}$ .

Последняя цифра искомого числа 3. Первая цифра 3, так как число 46 411 располагается в таблице между девятью степенями чисел 3 и 4.

Поэтому

$\sqrt[9]{46\ 411\ 484\ 401\ 953} = 33$ .

**Виртуозное извлечение корней высоких степеней.** Каждому доступно быстрое и точное или грубо-приближенное извлечение корня высокой степени (m) из целого числа с большим количеством (n) цифр. Способ прост: надо отношение  $\frac{n}{m}$  считать

логарифмом искомого числа и по таблице логарифмов найти его. [1]

Если  $\frac{n}{m} \leq 1,30$ , то практически достаточна следующая таблица десятичных логарифмов:

| Число | Десятичный логарифм | Число | Десятичный логарифм | Число | Десятичный логарифм |
|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|
| 2     | 0,30                | 8     | 0,90                | 14    | 1,15                |
| 3     | 0,48                | 9     | 0,95                | 15    | 1,18                |
| 4     | 0,60                | 10    | 1,00                | 16    | 1,20                |
| 5     | 0,70                | 11    | 1,04                | 17    | 1,23                |
| 6     | 0,78                | 12    | 1,08                | 18    | 1,26                |
| 7     | 0,85                | 13    | 1,11                | 19    | 1,28                |
|       |                     |       |                     | 20    | 1,30                |

Пример. Вычислить

$$\sqrt[51]{2\ 720\ 251\ 845\ 356\ 167\ 708\ 821\ 747}.$$

Количество цифр (25) числа делим на показатель корня (на 51), получается 0,49. Это число находится в таблице между 0,48 и 0,60. Более близким значением является 0,48. Это  $\log 3$ . Значит, искомое число 3.

Пример. Извлечь корень 65-й степени из 20-значного числа 36 893 488 147 419 103 232.

Делим 20 на 65, получается  $0,31 \approx \log 2$ . Искомое число 2.

Пример. Извлечь корень 32-й степени из 38-значного числа 43 144 141 785 116 080 641 825 668 495 361 328 125.

Делим 38 на 32, получается приблизительно 1,187. В таблице логарифмов  $1,18 < 1,187 < 1,20$ . Берем меньшее значение логарифма - 1,18; ему соответствует число 15. Искомое число 15.

Такие секреты извлечение корней высоких степеней, должны знать каждый ученик, студент. Действительно, число не только что-то измеряют, сравнивают, вычисляют, но даже рисуют, проектируют, сочиняют, играют, делают умозаключения, выводы. По этому мы предлагаем всех желающих использовать этим способом.

#### Литература:

1. Жан-Клод Байиф. Логические задачи. Пер.с франц./ Перевод Сударева Ю.Н. - М.: Мир, 1983.
2. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел. - М.: Просвещение, 1986.
3. Г. Корн и Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1970.- 720.
4. Цыпкин А.Г., Степанова С.А. Справочник по математике для средней школы. - М.: Наука, 1980. - 400.

Рецензент: к.ф-м.н., доцент Нарбаев М.Р.