Абдылдаев Э.К., Молдошев Р.А.

МААЛЫМАТ ТЕХНОЛОГИЯСЫНЫН НЕГИЗИНДЕ ГЕОМЕХАНИКАНЫН МАСЕЛЕЛЕРИН ЧЕЧҮҮ

Абдылдаев Э.К., Молдошев Р.А.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ГЕОМЕХАНИКИ

E.K. Abdyldaev, R.A. Moldoshev

INFORMATION TECHNOLOGY IN SOLVING THE PROBLEM OF GEOMECHANICS

УДК: 622.831

Макалада чектүү элементтердин ыкмасынын негизинде геомеханиканын серпилгич-пластикалык маселелеринин жана берилген тегиздикти орто чекит ыкмасы менен сызыктуу үч бурчтук элементтерге бөлүү алгоритмдин апробациясынын жыйынтыктары келтирилген.

Негизги сөздөр: *моделдөө, технология, бөлүү, ыкмалары, алгоритм, жол-жобо, элементтер, массив, чыңалган абал, деформация, түйүндөрдүн жылышуусу.*

В статье приведены результаты решения упругопластической задачи геомеханики на основе метода конечных элементов и апробация алгоритма разбиение двумерной области методом средних точек на линейные треугольные элементы.

Ключевые слова: *моделирование, технология, разбиение, методы, алгоритм, процедура, элементы, массив, напряженное состояние, деформация, перемещения узлов.*

The article presents the results of solving elastic-plastic problem of geomechanics based on the finite element method , and algorithm testing two-dimensional domain decomposition method midpoints on linear triangular elements.

Key words: *modeling, technology, partition, methods, algorithms, procedure, components, array, state of stress, deformation, displacement units.*

При проектировании объектов разработки месторождения полезных ископаемых не полный учет основных влияющих факторов на устойчивость выработок, может привести в процессе эксплуатации к обрушениям объектов, нанеся значительный ущерб горному производству. Одним из весомых факторов эффективного освоения и эксплуатации месторождения полезных ископаемых является исследование геомеханических процессов (деформирования, перераспределения напряжений и разрушения) породных массивов, сопровождаемых горными работами. Современный уровень развития математического аппарата решения прикладных задач и средств вычислительной техники, позволяют автоматизировать процесс проектирования объектов разработки, учесть все детали строение массива, добиться большей достоверности проектных решений [1, 2].

Метод конечных элементов является численным методом решения дифференциальных уравнений, встречающихся в физике и технике. Возникновение этого метода связано с решением задач космических исследований. Появление качественно новых компьютеров с большими быстродействиями и объемами памяти вызвало интенсивное развитие численных методов решения практических задач геомеханики. Наиболее распространенным численным методом решения линейных и нелинейных задач геомеханики является метод конечных элементов. Основная идея метода конечных элементов (МКЭ) состоит в том, что любую непрерывную величину, такую как температура, давление и перемещение, можно аппроксимировать дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей. Разбиение области на подобласти представляет собой первый шаг к решению задач.

В дискретизации рассматриваемой области массива широкое применение получили треугольные элементы из-за удобства конструирования сети конечных элементов. В большинстве случаев конструирование сети элементов производится вручную и представляет собою трудоемкую операцию, особенно если число элементов велико. При этом трудоемкость заключается не только в разбиении области на элементы, нумерации узлов и элементов, вычислении координат каждого узла, но и в необходимости определения для каждого элемента номеров окружающих его узлов. Все это требует, в конечном счете, задания большого объема вводимой информации. От того, как будет сконструирована сеть элементов, существенно зависит эффективность работы МКЭ. В силу этого оправданы усилия на разработку приемов автоматизации конструирования сетей конечных элементов для получения эффективной дискретизации области и значительного сокращения объема вводимой информации.

Рассмотрим разбиение четырехугольной области на треугольные элементы. Пусть число узловых точек на противоположных сторонах одинаково, на смежных же сторонах оно может и не совпадать. Если число узлов на смежных сторонах соответственно равно n и m, то четырехугольная область будет разбита на 2(n-1)(m-1) треугольников и получится n*m узловых точек, если соединять узлы на противоположных сторонах. Плохое или несовершенное разбиение будет приводить к ошибочным результатам, если даже остальные этапы метода осуществляются с достаточной точностью. Дискретизация области (тела) включает задание числа, размеров и формы подобластей, которые используется для построения дискретной модели реального тела.

При разбиении с одной стороны, элементы должны быть выбраны достаточно малыми, чтобы получались приемлемые результаты, а с другой стороны применение достаточно крупных элементов сокращает вычислительную работу. Нужно иметь некоторые общие соображения об окончательных значениях, с тем, чтобы можно уменьшить размеры элементов в тех областях, где ожидаемый результат может очень сильно меняться и увеличить их там, где ожидаемый результат почти постоянен. Для получения эффективной дискретизации области и значительного сокращения объема вводимой информации в работе [1] предложен алгоритм, принцип действия которого заключается в следующем: первоначально область покрывается исходной прямоугольной сеткой, которая впоследствии перестраивается с учетом фактической геометрии области. Имеется возможность добиваться необходимого сгущения сетки в некоторых подобластях исходной области. На втором этапе в каждую из точек, которые определяют геометрию области, переносится ближайший узел сетки. Следует отметить, что в данной работе не задан математический аппарат перестраивания исходной прямоугольной сетки с учетом фактической геометрии области, кроме этого не дается математический механизм переноса точки в ближайший узел сетки.

В рабете [2] разработана программа разбиение области, где исходная область всегда задается в виде квадрата и восемь исходных точек. При этом точками являются вершины квадрата и 4 точки между вершинами. Недостатком данной программы является то, что исходная область всегда задается в виде квадрата, что неприменима для выпуклой замкнутой области. В предложенном нами методе средних точек все выше указание недостатки учитываются. Достоинством этого метода является его процедурность и применимость в любом языка программирования. В нахождении координат узлов применяется строгий математический аппарат. В программе предусмотрен разбиение двумерной области методом средних точек на линейные треугольные элементы. Для иллюстрации выбрана двумерная область, где идеи могут быть обобщены на случай трехмерного тела. При разбиении любой двумерной области на элементы сначала область делится на четырехугольные и треугольные подобласти, или зоны, которые затем подразделяются на треугольники. Границы между подобластями должны проходить там, где изменяются геометрия, приложенная нагрузка и свойства материала. Метод разбиения средней точкой является одним из эффективных способов дискретизации области в двумерной области. Здесь разбиение области (тела) включает задание числа узлов, размеры и формы выпуклой подобласти, которые используются для построения дискретной модели тела. Примеры построенных сеток треугольных элементов иллюстрируют работу алгоритма, применение которого позволяет намного ускорить подготовку исходных данных для расчетов. После того, как закончено решение конкретной задачи на ПК, результаты могут быть представлены в виде таблиц. Для повышения их информативности необходимо расчетные данные обработать на графопостроителе и дать их в виде изолинии.

Пусть заданы координаты точек на плоскости $П=\{ x\in [a,b], y\in [c, d] \}$. Необходимо получить, на П графические изображения (изолинии) функций вида $z = f(x,y)$, где значения z определены на вершинах нерегулярной треугольной конечно- элементной сетки. Для построения изолинии, выбираем из расчетной схемы регулярную прямоугольную сетку с наименьшими шагами h_x и h_y по оси x иу соответственно. Допустим, что центр регулярной сетки окружен вершинами z_1, z_2,z_3- треугольника 1. Тогда значение функции z для построения изолинии вычислим как среднее по формуле $z_c = (z_1+z_2+z_3)/ 3$.

Повторяем этот процесс для всех элементов, при этом полученый массив значения z будут расположены в центрах регулярной сетки. Для прямоугольников которые попали внутри выработок принимаем значения $z_c=-10^{-20,}$ что означает пустоту. Находим в регулярной сетки $\max\{z_c\}=z_{max}$, $\min\{z_c\}=z_{min,}$ где $c\in d$. Тогда значение изолинии будет определяться из условия:

$$z_i= (z_{max}- z_{min}) (i-1) / n + z_{min} + \Delta z_\theta$$

где $i = 1,2... k+1$; Δz_θ - добавок для получения легкочитаемых чисел; n - число, которое показывает гутоты изолиний.

Для количественной и качественной оценки решения МКЭ по разработанной программе проведено решение, сопоставимое с известной задачей Галина. Заданы свойства идеально-пластической среды с критерием текучести Треска. Численные характеристики:

$E = 103$ Мпа, $\nu = 0.3$, $\gamma = 0.3$, $c = 1$, Мпа, $\varphi = 0$ Коэффициент дилатации $\lambda = 1$, что обеспечивает равнообъемное течение. Для того чтобы выяснить характер роста зоны пластических деформаций с изменением нагрузки, задача решалась в двух вариантах. В первом варианте нагрузка σ_y=3МПа и σ_x=2,4 МПа прикладывалась целиком, во втором задавалось приращениями в пять ступеней. Результаты расчетов по вариантам, соответствующих полной нагрузке совпадают. На рисунке 1 показаны перемещения точек контура выработки U, рост зоны пластических деформаций. По полученному решению контур пластической зоны представляет собой эллипсоподобную фигуру с большой полуосью a=3,14R и малой полуосью b=1,77R (R-радиус отверстия). Из решения Галина следует, что зона пластических деформаций имеет вид эллипса с полуосями a=3,05R, b=1,64R. Напряжение вблизи контура отверстия равны пределу прочности на одноосное сжатие, а вдали от контура на поверхностизаданным напряжениям. В таблице 1 приведена величина перемещения узлов контура– отверстия в долях R, а в таблице 2 - значения напряжений в пластической зоне полученные по формулам Галина и по МКЭ. Из таблицы следует, что даже при сравнительно крупной сети элементов аналитическое и численное решения очень близки.

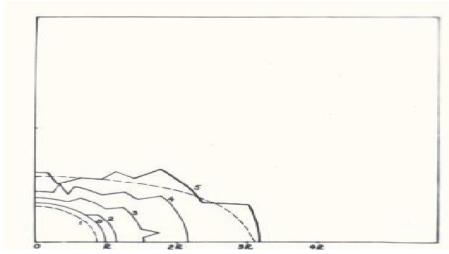

Рис. 1. Перемещения точек контура выработки U и рост зоны пластических деформаций.

Таблица 1.

Величина перемещения узлов контура – отверстия

Номер узла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta x\ 10^3/R$ $\Delta y\ 10^3/R$	-41 0	-40 -9	-38 -16	-34 -23	-29 -29	-24 -32	-18 -36	-12 -38	-6 -39	-4 -39	0 -39

Таблица 2.

Значения напряжений в пластической зоне

Горизонтальная ось					Вертикальная ось				
	σ_x		σ_y			σ_x		σ_y	
r/R	по Галину	по МКЭ	по Галину	по МКЭ	r/R	по Галину	по МКЭ	по Галину	по МКЭ
1	0	0.1	2	2.07	1	0	0	2	2.08
1.28	0.49	0.49	2.49	2.62	1.14	0.27	0.39	2.27	2.39
1.8	1.18	1.20	3.18	3.37	1.28	0.49	0.58	2.49	2.58
2.14	1.52	1.50	3.52	3.60	1.64	0.99	1.10	2.99	2.88
2.57	1.89	1.85	3.89	3.92					
3.05	2.23	2.19	4.23	4.24					

Литература:

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир, 1979.
2. Абдылдаев Э.К. Напряженно-деформированное состояние массива горных пород вблизи выработок. - Фрунзе: Илим, 1990. - С. 164.
3. Абдылдаев Э.К. Метод конечных элементов при решении прикладных задач. - Алматы: Полиграфия-сервис, 2011. - С. 111 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Чыныбаев М.К.