

Тагаева Д.А.

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Тагаева Д.А.

ГЕОМЕТРИЯДА МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУ АРКЫЛУУ ОКУУЧУЛАРДЫН
ЧЫГАРМАЧЫЛЫК ЖӨНДӨМДҮҮЛҮКТӨРҮН ӨНҮКТҮРҮҮ

D.A. Tagaeva

DEVELOPMENT OF CREATIVE ACTIVITY OF SCHOOL STUDENTS AT THE
SOLUTION OF GEOMETRICAL TASKS

УДК:378/1-070

Бул макалада геометриялык маселелерди бир нече жолдор менен чыгаруу аркылуу окуучулардын чыгармачылык жөндөмдүүлүгүн өнүктүрүү маселелери каралат.

Негизги сөздөр: геометриялык маселелер, окуучулар, билим берүү.

В статье рассматриваются проблемы развития творческой деятельности учащихся при решении геометрических задач

Ключевые слова: геометрические задачи, школьники, образование.

The article deals with some ways of solving geometric tasks at secondary schools.

Key words: geometry problems, students, education.

В педагогической психологии проведено достаточно большое число исследований, посвященных проблеме формирования и развития творческой деятельности школьников, и вместе с тем еще слабо изучены психологические особенности теоретической деятельности способных детей. В частности, та особенность деятельности, которая проявляется при решении одной и той же задачи разными способами [4, с.37].

До настоящего времени в психологической науке не обращали серьезного внимания на разные способы решения, например, геометрических задач. Разные способы решения этих задач становятся возможными благодаря применению восходящего анализа чертежа, который позволяет выявлять скрытые связи и отношения между разными геометрическими фигурами, опираясь на которые возможно удовлетворить требованиям задачи. Соответственно, каждый способ решения задачи осуществляется при сочетании разных геометрических понятий, в результате чего мыслительный процесс приобретает новое качество и становится подлинно теоретическим. Надо отметить, что в психологии пока мало известно об операциональной структуре мыслительного процесса при решении одной и той же геометрической задачи разными способами, так как последнее недостаточно сформировано у школьников при традиционных формах обучения [2, с.23].

В традиционной психологии соотношение исходных условий и искомого рассматривалось односторонне, исходило из последовательности:

условия - искомое. До сих пор не изучены проявления тех особенностей деятельности, которые обнаруживаются при ориентации ребенка именно на такую последовательность.

В течение многих лет мы проводили эксперименты со школьниками VIII классов. Во время эксперимента предлагалось каждому школьнику решить три геометрические задачи на доказательство.

Во время эксперимента испытуемым сообщалось, что предлагаемые задачи имеют разные способы решения, которые они должны были выявить самостоятельно. В случае, если задача решалась одним способом, экспериментатор изменял ее основное требование другим - ему эквивалентным. Фактически, косвенным путем от школьников требовалось найти хотя бы минимальное число других способов решения задачи.

Были предложены задачи следующего типа: "Доказать, что при пересечении биссектрис углов параллелограмма образуется прямоугольник" [1, с.155].

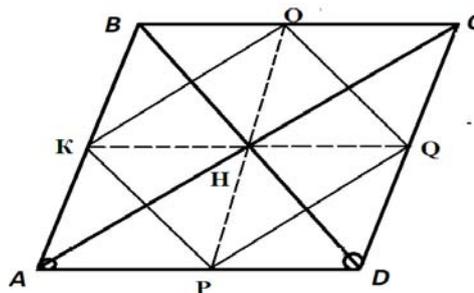


Рис. 1.

Так, дано, что 1) ABCD параллелограмм, т. е. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$,
2) $AB = CD, AD = BC$.
3) $\triangle BAD = \triangle BCD, \triangle ABC = \triangle ADC$.
Доказать, что фигура OKPQ – прямоугольник (рис. 1), т. е.

- 1) $\triangle KOQ = \triangle OQP = \triangle QPK = \triangle PKO = 90^\circ$, или
- 2) $OK \parallel QP$ и $OQ \parallel KP, \triangle AKD = 90^\circ$.
- 3) $OK = QP$ и $OQ = KP$ и $\triangle BQC = 90^\circ$;
- 4) $OK = QP, OK \parallel OP$ и $\triangle KOQ = 90^\circ$.

Проанализируем ход рассуждений тех школьников, которые решили одну и ту же задачу самыми разными способами. В ходе экспериментов мы не обнаружили феномена внезапного, инсайтного решения задачи. Как правило, имел место развернутый способ рассуждения от общего к частному: от разных эквивалентных искомым к исходным условиям. В ходе рассуждения исходное требование задачи неоднократно преобразовывалось, в результате чего содержащиеся в задаче скрытые проблемные ситуации превращались в простые теоремы или задачи, имеющие свои конкретные условия и искомое.

На основе обнаружения скрытых частных требований и условий задачи оказалось возможным превратить исходную задачу в ряд частных промежуточных задач. Именно поэтому испытуемые, опираясь на разные эквивалентные свойства исходного требования задачи, могли продемонстрировать разные способы ее решения. В частности, в представленной выше геометрической задаче осуществлялись переходы от одной фигуры к другой. Точкой опоры такого перехода служили общие элементы разных фигур: общая вершина, общая точка, общая сторона и т. д.

Так, в ходе решения геометрической задачи испытуемые приписывали искомому все те особенности, которые отвечали требованию задачи, но уже на основе развернутого доказательства. Проиллюстрируем это интерпретацией разных способов решения задачи. Действительно, исходным пунктом решения школьником геометрической задачи выступало ее основное требование. Они приписывали искомому все те свойства и признаки, которые требуются в задаче [3, с.29].

Так, например, некоторые способы решения данной задачи опираются на свойства взаимно перпендикулярных прямых. Учащиеся допускали, что фигура $OKPQ$ будет прямоугольником, если каждый из его внутренних углов будет прямым, т.е.: $\angle KOQ = \angle OQP = \angle QPK = \angle PKO = 90^\circ$. После этого учащиеся переходили к рассмотрению тех фигур, которые имеют общие элементы с вышеуказанными углами, так как последние функционально не только связаны с другими фигурами, но и являются их элементами и вместе составляют определенную целостность. Естественно, изменение каждого элемента этого целого вызывает изменение и в других элементах. Вот почему после первого допущения учащиеся старались выяснить все функции и роль тех элементов, которые должны подвергаться изменению [3, с.35].

Результаты анализа протекания мыслительного процесса на этом этапе решения показали, что учащиеся убеждались в правомерности данного допущения лишь в том случае, если рассматриваемые углы являются либо вертикальными, либо смежными с внутренними углами фигуры $OKPQ$. На основе этого допущения учащиеся пришли к выводу,

что прямыми должны быть и углы: $\angle AOB$, $\angle ВОН$, $\angle CPD$, $\angle AKD$, $\angle BQC$ и т. д. Следовательно, те треугольники, в структуру которых включаются эти углы как элементы, должны обладать свойствами прямоугольного треугольника. Анализируя связи и соотношения, существующие между углами треугольников $\triangle ABO$, $\triangle CPD$, $\triangle AKD$, $\triangle BQC$, $\triangle ВОН$ и др., они заметили, что два других угла этих треугольников даны по условию, т. е. каждый из них является половиной суммы углов, прилежащего к одной стороне данного параллелограмма $ABCD$. А так как сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна $2d$, то половина- d .

Таким образом, видно, что вся цепь рассуждений в данном случае была направлена на выявление всех тех исходных фигур, опираясь на которые появляется возможность решить задачу разными способами. Очевидно, что на этом этапе завершается аналитический ход рассуждения, но решение задачи на этом не заканчивается. Анализ процесса решения показал, что испытуемые не останавливаются на этом этапе, так как надо доказать правильность первого допущения. Используя все выявленные данные, испытуемые уже самостоятельно осуществили и синтетический акт, последовательно, шаг за шагом осуществляя процесс доказательства.

Первым звеном синтетического акта мышления является доказательство о прямоугольности треугольников $\triangle AOB$, $\triangle CPD$, $\triangle AKD$, $\triangle BQC$, $\triangle ВОН$ и т. д., т. е. последним звеном аналитического акта. В дальнейшем посредством дедуктивных умозаключений учащиеся пришли к выводу, что все внутренние углы четырехугольника $OKPQ$ - прямые, а фигура является прямоугольником.

Указанные способы доказательства свидетельствуют о том, что в деятельности школьника имело место не простое воспроизведение отдельных знаний, общих сведений, а происходил сознательный, целенаправленный выбор знания, детерминирующего решение задачи на основе чертежа. Ход решения задачи показывает, что первоначально приписываемые геометрическим фигурам свойства вызывают в свою очередь необходимые промежуточные предположения. Последние связаны неявными проблемными ситуациями и таковыми остаются до тех пор, пока не преобразуются в простые задачи или теоремы. Когда проблемные ситуации приобретают форму задачи, то промежуточные предположения выступают в качестве искомого. Отметим, что аналитический ход рассуждений продолжается до тех пор, пока не выявлено исходное предположение синтетического акта.

Во многих случаях выявление исходных геометрических фигур требует вскрытия нескольких промежуточных проблемных ситуаций и превращения их в задачи. В тех случаях, когда учащийся не может превратить проблемную ситуацию в задачу, он и не может решить исходно заданную задачу. Хотя проблемная ситуация объективно и существует.

Актуализация знаний учащимися в процессе решения задачи показывает, что применение разных способов ее решения создает новые ситуации, не входящие в исходные условия. Эти знания чаще всего связаны с разными признаками и свойствами искомого понятия в основной задаче. Восходящий анализ позволяет учащимся логически определить исходные геометрические фигуры, исключая поиск этих фигур методом "проб и ошибок" [2, с.41].

Актуализация знания совершается от начала аналитического и до завершения синтетического актов, т. е. до конечной цели доказательства. Благодаря этому постепенно вскрываются все те условия, которые объективно существуют в целостном чертеже. Эти условия определяют выбор способа решения. Обобщения, осуществляемые в мышлении учащегося, протекают сначала от общего к частному, т. е. от искомого к условию до выявления исходного предположения, от которого собственно и начинается синтетический акт. Ясно, что при таком способе рассуждения требуется применение большого количества знаний и понятий. Фактически каждый способ доказательства особым образом синтезирует необходимые знания, определяя и необходимый способ доказательства.

Эффективность мыслительных процессов при решении геометрических задач зависит от четкого взаимоперехода внешних и внутренних условий. Так, актуализация разных признаков и свойств искомого понятия находит свое выражение во внутренних условиях, а информация, полученная в результате анализа чертежа, изменяет сам ход дальнейших рассуждений. Учащийся последовательно выявляет новые данные, которые дополняют условие задачи. Анализ решения экспериментальных задач учащимися показывает, что информация, полученная при работе с чертежом, подключается к ходу рассуждений. При переходе от одного этапа анализа к другому учитываются результаты предыдущих этапов. Эти результаты фиксируются с помощью знаковых моделей, которые позволяют исправлять допущенные ошибки [3, с.28].

Литература:

1. И.Б.Бекбоев, и др. "Геометрия 7-9", Бишкек «Билим», 2006.
2. В.В. Прасолов, Задачи по планиметрии, Ч. II. М., 1986
3. С.М.Мадраимов, «Решение задач различными способами». Тезисы докладов. 1989 г.
4. П.М.Эрдниев, Б.П.Эрдниев, Укрупнение дидактических единиц в обучении математике, М., Просвещение., 1986.

Рецензент: д.пед.н., профессор Мамбетакунов Э.М.