

**ФИЗИКА МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ**  
**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**  
**PHYSICO-MATHEMATICAL SCIENCES**

*Бакирова Э.М.*

**РЕЛЯТИВИСТИК ЗАТТУУ ХАМЕЛЕОНДУК ЖЫЛДЫЗДАР**

*Бакирова Э.М.*

**ХАМЕЛЕОНОВЫЕ ЗВЕЗДЫ С РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИМ ВЕЩЕСТВОМ**

*E.M. Bakirova*

**CHAMELEON STARS WITH RELATIVISTIC MATTER**

УДК: 524.834

*Минималдуу эмес өз ара аракеттенүүчү нейтрондук заттар жана хамелеондук скалярдык талаалардан турган өтө күчтүү гравитациялануучу аралаш конфигурациялардын модели изилденген. Минималдуу эмес өз ара аракеттенүүнүн функциясы космологиялык байкоолордон алынган маалыматтарды тандоонун негизинде алынган. Минималдуу эмес байланыштардын ички түзүлүшүнө жана компактуу объектинин касиетине (массага, өлчөмгө, заттардын жайланышына) болгон таасири көргөзүлгөн.*

**Негизги сөздөр:** хамелеондук скалярдык талаа, компактуу астрофизикалык конфигурациялар.

*Исследована модель смешанной сильно гравитирующей конфигурации, состоящей из неминимально взаимодействующих нейтронного вещества и хамелеонового скалярного поля. Функция неминимального взаимодействия выбирается на основе использования данных космологических наблюдений. Показано влияние неминимальной связи на внутреннюю структуру и свойства компактных объектов (массы, размеры, распределение вещества).*

**Ключевые слова:** хамелеоновое скалярное поле, компактные астрофизические конфигурации.

*The model of mixed strongly gravitating system consisting of nonminimally interacting neutron matter and chameleon scalar field is studied. The nonminimal coupling function is chosen based on using the cosmological observational data. It is shown what influence the nonminimal coupling has on the internal structure and properties of the compact objects (masses, sizes, matter distribution).*

**Key words:** chameleon scalar field, compact astrophysical configurations.

**1. Введение**

В настоящее время считается, что наблюдаемое ускоренное расширение современной Вселенной обусловлено наличием особой субстанции – темной энергии. Для ее описания используются различные модели, основанные как на общей теории относительности Эйнштейна, так и на модифицированных теориях гравитации [1-6].

Одним из наиболее популярных направлений исследований является рассмотрение скалярных полей различного типа. В частности, в литературе рассматриваются модели, в которых скалярное поле неминимальным образом взаимодействует с обычной материей. Наличие такого прямого взаимодействия является ключевым элементом так называемой хамелеоновой парадигмы [7-9], суть которой состоит в том, что мало массивные космологические скалярные поля могут приобретать массу в плотном окружении (например, на Земле). Это позволяет, с одной стороны, описывать космологическое расширение Вселенной, а с другой – не возникает противоречий с лабораторными экспериментами, выполняемыми на Земле или в Солнечной системе.

Важным ингредиентом хамелеонового механизма является присутствие двух функций скалярного поля  $\varphi$ : потенциальной энергии  $V(\varphi)$  и функции  $f(\varphi)$ , описывающей прямую связь между веществом и скалярным полем. Эти две функции произвольны, и они выбираются таким образом, чтобы удовлетворять лабораторным и космологическим тестам [7-9].

Если механизм прямой связи между хамелеоновым скалярным полем и обычной материей является универсальным, т.е. может быть применен к любой форме материи (будь то обычная или темная материя), то как это повлияет на свойства различных мелкомасштабных объектов, таких как, например, обычные звезды? В теории тяготения Эйнштейна компактные конфигурации, состоящие из обычного вещества и скалярных полей, ранее неоднократно рассматривались в литературе. При этом скалярные поля могут быть самодействующими или нет, взаимодействуя с жидкостью либо только гравитационно, либо также и напрямую. В частности, в недавних работах [10-13] были исследованы изменения структуры компактных объектов (политропных звезд) под влиянием хамелеонового поля. Было показано, что в зависимости от свойств функций  $V(\varphi)$  и  $f(\varphi)$

свойства этих конфигураций, такие как полная масса, распределение материи и размер, сильно зависят от окружающего скалярного поля.

Целью настоящей статьи является продолжение исследования влияния присутствия неминимальной связи на характеристики компактных объектов (звезд). При этом мы расширим результаты работы [13], в которой предполагалось, что давления как вещества, заполняющего Вселенную, так и вещества звезды много меньше их плотностей энергии. Здесь мы будем работать вне рамок этого приближения, полагая, что давление может лежать в широком диапазоне – от нуля до величин, сопоставимых с плотностью энергии.

Чтобы продемонстрировать влияние неминимальной связи на внутреннюю структуру и свойства компактных объектов, мы рассмотрим релятивистскую политропную сферически-симметричную жидкость, вложенную во внешнее хамелеоновое скалярное поле, однородно и изотропно распределенное во Вселенной. Если в такой однородный фон поместить политропное вещество, оно начнет взаимодействовать с фоновым скалярным полем как гравитационно, так и посредством неминимальной связи. Это будет приводить к изменению внутренней структуры политропной звезды в зависимости от свойств окружающего хамелеонового скалярного поля.

## 2. Хамелеоновая звезда

При рассмотрении компактных конфигураций в качестве функции неминимального взаимодействия мы воспользуемся выражениями

$$f^{w} = \frac{(1-w)\Omega_m}{2-\Omega_m} \left\{ 1 + \left[ 3(1+w) - \frac{5\Omega_m}{2-\Omega_m} \right] z \right\} \quad (1)$$

и

$$z = -\frac{1}{B} \left[ \left( \frac{3}{2\sqrt{|C|}} \right)^{\frac{1}{3}} (\phi - \phi_c)^{\frac{2}{3}} + A \right], \quad (2)$$

полученными в [14] исходя из рассмотрения космологической эволюции современной Вселенной. Здесь  $w = \text{const}$  есть параметр уравнения состояния  $p = w\varepsilon$  ( $p, \varepsilon$  – давление и плотность вещества, заполняющего Вселенную),  $\Omega_m$  – доля темного и обычного вещества (в единицах критической плотности),  $z$  –

параметр красного смещения,  $\phi$  – безразмерное скалярное поле, вводимое как  $\phi = \left( \frac{8\pi G}{3c^4} \right)^{\frac{1}{2}} \varphi$ , а параметры  $A = \Omega_m - (1+w)$ ,  $B = 2(1+w) - \Omega_m(1+3\Omega_m)$ ,  $C = \frac{2}{w-1}$ . Константа  $\phi_c$  фиксирует величину скалярного поля.

Мы будем исходить из предположения, что космологическое хамелеоновое скалярное поле проникает в звезду и взаимодействует с ее веществом посредством той же самой универсальной функции (1). То есть мы предполагаем, что вещество звезды, будучи вложенным во внешнее космологическое однородное скалярное поле, «чувствует» его присутствие не только гравитационно, но и через неминимальную связь. Тогда структура звезды также определяется распределением скалярного поля и, соответственно, величиной функции  $f$  внутри звезды.

### 2.1 Уравнение состояния вещества звезды

При описании обычного вещества нашей компактной системы мы будем использовать уравнение состояния (УС) для релятивистского идеального газа. Оно может быть получено следующим образом. Полная плотность энергии газа задается выражением [15, 16]

$$\varepsilon = (1 + \epsilon)\varepsilon_g = (1 + \epsilon)\rho_g c^2, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_g$  и  $\rho_g$  есть плотности энергии покоя и массы покоя газа (жидкости) соответственно;  $\epsilon$  есть внутренняя энергия на единицу массы покоя, или удельная внутренняя энергия. Внутренняя энергия включает, например, тепловую энергию частиц, межчастичные энергии, энергию связи частиц.

Найдем выражение на  $\epsilon$ . Будем исходить из того, что в релятивистском пределе, когда  $c \gg 1$ , выражение (3) дает

$$\epsilon = \epsilon \rho_g c^2. \quad (4)$$

При больших плотностях выполняется следующее релятивистское УС [см. [15], ур. (6.7.5)]:

$$p = (\Upsilon - 1)\varepsilon, \quad (5)$$

где  $\Upsilon$  есть показатель адиабаты. Тогда, используя (4), получим

$$p = (\Upsilon - 1)\rho_g c^2 \epsilon. \quad (6)$$

Сравнивая выражение (5) с космологическим УС [см. после (2)], видно, что оба выражения идентичны.

С другой стороны, ур. (5) принадлежит к классу уравнений состояния, в котором давление и плотность массы покоя связаны соотношением вида [17]

$$p = K\rho_g^\gamma, \quad (7)$$

где  $K$  есть произвольная константа, значение которой зависит от свойств рассматриваемого газа. Используя это выражение в (6), можно получить

$$\epsilon = \frac{K\rho_g^{\gamma-1}}{(\gamma-1)c^2}.$$

Подставляя это выражение в (3) и учитывая (7), окончательно имеем

$$\epsilon = \rho_g c^2 + np, \quad (8)$$

где мы ввели индекс политропы  $n$ , определяемый как  $n = \frac{1}{\gamma-1}$ . Это выражение, совместно с (7), дает параметрическое соотношение между давлением и плотностью энергии для рассматриваемого обычного вещества. Такое УС широко используется в качестве приближения при моделировании компактных астрофизических объектов, например нейтронных звезд. В частности, оно использовалось в работе [17] при рассмотрении конфигураций без скалярного поля, в работе [12] – при описании хамелеоновых звезд, а в [18] – при рассмотрении смешанных конфигураций с нетривиальной топологией.

### 2.2 Общие уравнения для равновесных конфигураций

Для получения общих уравнений, описывающих сильно гравитирующие статические системы, выберем следующую сферически-симметричную метрику:

$$ds^2 = e^{\nu} d(x^0)^2 - e^{\lambda} dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (9)$$

где  $\nu$  и  $\lambda$  есть функции радиальной координаты  $r$ , временная координаты  $x^0 = ct$ , а  $d\Omega^2$  есть метрика на единичной 2-сфере. Тогда  $^0_0$  и  $^1_1$  компоненты уравнений Эйнштейна могут быть получены в следующем виде:

$$G^0_0 = -e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} \left( f\epsilon - \frac{1}{2} e^{-\lambda} \varphi'^2 + V \right), \quad (10)$$

$$G^1_1 = -e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} \left( -fp + \frac{1}{2} e^{-\lambda} \varphi'^2 + V \right), \quad (11)$$

где штрих означает дифференцирование по  $r$ .

Здесь плотность энергии  $\epsilon$  и давление  $p$  теперь относятся к веществу звезды, а не к космологическому веществу. Это вещество взаимодействует со скалярным полем как гравитационно, так и через универсальную функцию связи  $f$  из (1). Кроме того, в духе хамелеоновой парадигмы скалярное поле остается тем же самым, что используется при моделировании космологической эволюции. Нашей целью будет выяснить влияние этого космологического скалярного поля, неминимально связанного с веществом звезды, на внутреннюю структуру и параметры таких компактных объектов.

Уравнения (10) и (11) должны быть дополнены уравнением на скалярное поле, которое в метрике (9) имеет следующий вид:

$$\varphi'^2 + \left[ \frac{2}{r} + \frac{1}{2}(\nu' - \lambda') \right] \varphi' = -e^{\lambda} \left( \frac{dV}{d\varphi} - p \frac{df}{d\varphi} \right). \quad (12)$$

Еще одно уравнение следует из закона сохранения энергии-импульса,  $\Gamma^k_{ik} = 0$ .

Беря  $i = 1$  компоненту этого уравнения, имеем:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{1}{2(\epsilon + p)} \frac{d\gamma}{dr}. \quad (13)$$

Для выполнения последующих вычислений удобно переписать УС (7) и (8) через новую переменную  $\theta$ , определяемую как [15]

$$\rho_g = \rho_{gc} \theta^n, \quad (14)$$

где  $\rho_{gc}$  есть центральная плотность жидкости. Тогда ур. (7) можно переписать в виде

$$p = K \rho_{gc}^{1+\frac{1}{n}} \theta^{n+1}, \quad (15)$$

Используя это выражение (14) в (8) и подставляя их в (33), получим:

$$\frac{2\sigma(n+1)d\theta}{dr} = -[1 + \sigma(n+1)\theta] \frac{dv}{dr} \quad (16)$$

$$\sigma = \frac{K \rho_{gc}^{\frac{1}{n}}}{c^2} = \frac{p_c}{\rho_{gc} c^2},$$

где  $p_c$  есть давление жидкости в центре конфигурации. Это уравнение может быть проинтегрировано, что дает функцию  $e^V$  в терминах  $\theta$ :

$$e^V = e^{V_c} \left[ \frac{1 + \sigma(n+1)}{1 + \sigma(n+1)\theta} \right]^2, \quad (17)$$

где  $e^{V_c}$  есть значение  $e^V$  в центре конфигурации, когда  $\theta = 1$ . Константа интегрирования  $V_c$  фиксируется исходя из требования  $e^V = 1$  на бесконечности, т.е. пространство-время должно быть асимптотически плоским.

Таким образом, рассматриваемая система характеризуется четверью неизвестными функциями –  $v, \lambda, \theta$  и  $\psi$ . Эти функции определяются тремя уравнениями (10)-(12), а также соотношением (17). Перепишем эти уравнения, вводя новую функцию  $M(r)$ :

$$\sigma^{-2} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}. \quad (18)$$

$M(r)$  есть текущая масса конфигурации в области  $0 \leq r \leq R$ , где  $R$  есть граница жидкости, на которой  $\theta = 0$ . Используя эту функцию, ур.(10) принимает вид:

$$\frac{dM}{dr} = \frac{4\pi}{c^2} r^2 \left[ f\theta - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right) \phi^{\sigma^2} + V \right]. \quad (19)$$

Чтобы избежать появления центральной сингулярности, необходимо потребовать, чтобы  $M(0) = 0$ .

Поскольку ниже мы будем решать систему уравнений (10)-(12) численно, введем безразмерные переменные

$$\xi = \frac{r}{L}, \quad v(\xi) = \frac{L^{-2} M(r)}{4\pi \rho_{gc}}, \quad \phi(\xi) = \left[ \frac{4\pi G}{\sigma(n+1)c^2} \right]^{\frac{1}{2}} \phi(r), \quad \text{где } L = \left[ \frac{4\pi G \rho_{gc}}{\sigma(n+1)c^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

где  $L$  имеет размерность длины. Тогда (10) и (11) могут быть переписаны в виде:

$$\frac{dv}{d\xi} = \xi^2 \left\{ f(1 + n\sigma\theta)\theta^n - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi} \right] \left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + V \right\}, \quad (21)$$

$$\xi^2 \frac{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}}{1 + \sigma(n+1)\theta} \frac{d\theta}{d\xi} = \xi^2 \left[ -f\sigma\theta^{n+1} + \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi} \right] \left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + V \right] - v, \quad (22)$$

где  $V = \frac{V}{\rho_{gc} c^2}$  – безразмерная потенциальная энергия скалярного поля.

Далее, используя (36) и (38), перепишем (32) как

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi}{d\xi^2} + \left\{ \frac{2}{\xi} - \frac{\sigma(n+1)}{1 + \sigma(n+1)\theta} \left[ \frac{d\theta}{d\xi} + \frac{1 + \sigma(n+1)\theta}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}} \frac{1}{\xi} \left( \frac{dv}{d\xi} - v \right) \right] \right\} \frac{d\phi}{d\xi} \\ & = - \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi} \right]^{-1} \left( \frac{dV}{d\phi} - \sigma\theta^{n+1} \frac{df}{d\phi} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, рассматриваемая статическая конфигурация описывается тремя уравнениями (21)-(23).

### 2.3 Частный выбор $f$ в виде (1)

Для демонстрации влияния неминимальной связи в форме (1) на свойства компактной конфигурации рассмотрим здесь случай, когда потенциальная энергия отсутствует, т.е.  $V(\phi) = 0$ . Отметим, что в отсутствии неминимальной связи выбор  $V(\phi) = 0$  соответствует случаю без массового скалярного поля. Однако из

правой части ур. (23) видно, что наличие члена с неминимальной связью приводит к появлению

дополнительного слагаемого вида  $\frac{\sigma \theta^{n+1} df}{d\phi}$ .

Выбирая  $f$  в форме (1), ур.(21)-(23) решаются для заданных  $\sigma$ ,  $n$ , а также космологических параметров  $w$ ,  $\Omega_m$  с учетом граничных условий в окрестности центра конфигурации  $x = 0$ :

$$\theta \approx \theta_0 + \frac{\theta_2}{2} \xi^2, \quad v \approx v_3 \xi^3, \quad \phi \approx \phi_0 + \frac{\phi_2}{2} \xi^2, \quad (24)$$

где  $\phi_0$  соответствует центральному значению скалярного поля  $\phi$ ,  $\theta_0$  нормировано на единицу в центре,  $\theta_0 = \theta(\xi = 0) = 1$ , параметр  $\theta_2$  произволен. Значения коэффициентов  $\phi_2$  и  $v_3$  определяются соответственно из ур. (23) и (21) как

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \sigma \left( \frac{df}{d\phi} \right)_0, \quad v_3 = \frac{1}{3} f_0 (1 + n\sigma),$$

где индекс соответствует центральным значениям.

Поскольку космологическое скалярное поле  $\phi(r)$  и поле, используемое при моделировании звезды  $\phi(\xi)$ , измеряются в различных единицах, то, чтобы найти соотношение между ними, сравним их определения, задаваемые формулой (11) из [14] и выражением (20). Это дает:

$$\phi(r) = \sqrt{\frac{2}{3} \sigma (n+1)} \phi(\xi). \quad (25)$$

Подставляя это выражение в (21) и (22), окончательно имеем:

$$f^{wr} = \frac{(1-w)\Omega_m}{2-\Omega_m} (1 + \alpha z), \quad z = -\frac{1}{B} \left\{ \beta \left[ \phi(\xi) - \bar{\phi}_c \right]^{\frac{2}{3}} + A \right\} \quad (26)$$

с

$$\alpha = 3(1+w) - \frac{5\Omega_m}{2-\Omega_m}, \quad \beta = \left[ \frac{3\sigma(n+1)B^2}{2|C|} \right]^{\frac{3}{2}}, \quad \bar{\phi}_c = \frac{\phi_c}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) \sigma(n+1)}}$$

а  $A, B, C$  определены как и прежде, см. после ур.(2). Таким образом, ниже при рассмотрении компактных конфигураций мы будем использовать выражение на  $f$  в форме (26).

#### 2.4 Внутренние и внешние решения

Поскольку рассматриваемая система содержит, кроме жидкости, и скалярное поле, его градиент (или плотность энергии) формально стремится к нулю только асимптотически при  $\xi \rightarrow \infty$ . Тогда вся система может быть разделена на внутреннюю область, в которой присутствуют жидкость и скалярное поле, и внешнюю область, где имеется только скалярное поле. При этом структура внутренней области описывается системой уравнений (21)-(23) совместно с граничными условиями (24) и функцией  $f$  из (26). Эти уравнения должны решаться вплоть до некоторой точки  $\xi = \xi_1$ , в которой плотность жидкости и ее давление исчезают, т.е. функция  $\theta$  становится равной нулю. За этой точкой остается только переменное внешнее скалярное поле, асимптотически стремящееся к некоторому постоянному значению. Поскольку мы предполагаем, что наша сферическая конфигурация вложена во внешнее однородно распределенное скалярное поле, нам также необходимо потребовать, чтобы значение переменного скалярного поля из внутренней части звезды  $\phi(\xi)$  асимптотически сшивалось бы с внешним значением  $\phi_{ext}$ , которое равно фоновому значению космологического поля. Текущее значение последнего может быть найдено в следующем виде (см. ур. (19) из [14], взятое при  $z = 0$ , т.е. в современную эпоху):

$$\phi_{r=r_0} = \phi_{z=0} = \frac{2}{3B} \sqrt{CA^3} + \phi_c.$$

Используя полученное значение в (25), можно найти:

$$\phi_{ext} = \frac{\phi_{r=r_0}}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) \sigma(n+1)}} = \sqrt{\frac{2CA^3}{3B^2 \sigma(n+1)}} \left[ 1 + \sqrt{\frac{3\sigma(n+1)}{2CA^3}} B \bar{\phi}_c \right]. \quad (27)$$

Таким образом, полное описание рассматриваемой системы в диапазоне  $0 \leq \xi < \infty$  задается двумя наборами уравнений:

Внутри жидкости – системой (21)-(23) с  $\bar{V} = 0$ , которая решается в области  $0 \leq \xi \leq \xi_1$ . Поскольку здесь мы рассматриваем без массовое скалярное поле, константа  $\bar{\phi}_c$  может быть исключена из уравнений соответствующим перемасштабированием поля  $\bar{\phi}$ . Поэтому в дальнейших вычислениях мы положим ее равной нулю.

Вне жидкости ( $\xi > \xi_1$ ). Для получения внешних решений перепишем уравнения Эйнштейна (10) и (11), а также уравнение на скалярное поле (12), исключив жидкость, т.е. положив  $\bar{\theta} = 0$ . Это даст следующую систему уравнений:

$$-e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = -\frac{4\pi G}{c^4} e^{-\lambda} \varphi'^2, \quad (28)$$

$$-e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi G}{c^4} e^{-\lambda} \varphi'^2, \quad (29)$$

$$\varphi'^2 = \frac{D^2}{r^4} e^{\lambda-\nu}, \quad (30)$$

где  $D$  есть константа интегрирования. По аналогии с преобразованиями, сделанными выше, эта система может быть переписана в терминах безразмерных переменных  $v(\xi)$ ,  $\phi(\xi)$  и  $\nu(\xi)$  следующим образом:

$$\frac{dv}{d\xi} = -\frac{1}{2} \frac{\bar{D}^2}{\xi^2} e^{-v}, \quad (31)$$

$$\frac{d\nu}{d\xi} = \frac{1}{\xi} \left[ \frac{1 - \frac{\sigma(n+1)\bar{D}^2}{\xi^2} e^{-v}}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}} - 1 \right], \quad (32)$$

$$\left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 = \frac{\bar{D}^2}{\xi^4} \frac{e^{-v}}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}}, \quad (33)$$

где введена новая безразмерная константа

$$\bar{D} = \frac{4\pi G D}{\sigma(n+1)c^2 \sqrt{\rho_0 \sigma}}.$$

Эта константа может быть определена из (33) как

$$\bar{D}^2 = \xi_1^4 e^{v(\xi_1)} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v(\xi_1)}{\xi_1} \right] \left[ \phi'^2 \right]_{\xi_1}.$$

Система (31)-(33) содержит параметр  $\sigma$  как след влияния жидкости на внешнее решение. Это решение ищется начиная с поверхности жидкости при  $\xi = \xi_1$  с использованием в качестве граничных условий значений  $v(\xi_1)$ ,  $\phi(\xi_1)$ , полученных из решения уравнений (21)-(23) и  $\nu(\xi_1)$  из выражения (17) для внутренней части конфигурации. Это позволяет определить значение константы интегрирования  $v_c$  из (17), требуя, чтобы  $e^v$  равнялась единице на бесконечности, что обеспечивает асимптотическую плоскостность пространства-времени. Таким образом, полное решение для рассматриваемой конфигурации получается сшивкой внутренних решений с учетом жидкости, задаваемых уравнениями (21)-(23), и безжидкостных внешних решений, получаемых из системы (31)-(33).

### 2.5 Радиусы и массы

Массу и радиус конфигурации удобно переписать через константы  $K, n$  и  $\sigma$  (см. [17]). Исключая  $\rho_0 \sigma$  из выражений на  $\xi$  и  $\nu$  в (20), получим:

$$r = R \sigma^{\frac{1-n}{2}} \xi, \quad R = R \sigma^{\frac{n-1}{2}} \xi_1, \quad (34)$$

$$M(r) = M \sigma^{\frac{3-n}{2}} v(\xi), \quad M = M \sigma^{\frac{n-3}{2}} v(\xi_1), \quad (35)$$

где

$$R^* = (4\pi)^{-\frac{1}{2}}(n+1)^{\frac{1}{2}}G^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{n}{2}}c^{1-n}, \quad (36)$$

$$M^* = (4\pi)^{-\frac{1}{2}}(n+1)^{\frac{3}{2}}G^{-\frac{3}{2}}K^{\frac{3n}{2}}c^{3-n}. \quad (37)$$

Величины  $R^*$  и  $M^*$  определяют масштабы радиуса и массы.

Значение  $\xi_1$  координаты  $\xi$ , соответствующее границе жидкости, не представляет собой собственный радиус звезды, измеряемый удаленным наблюдателем. Чтобы определить этот радиус, необходимо сделать преобразование координат, введя новую безразмерную переменную  $\bar{\xi}$ , определяемую следующим образом:

$$\bar{\xi} = \int_0^{\xi} e^{\frac{\lambda}{2}} d\xi,$$

или, учитывая (18) и (20),

$$\bar{\xi} = \int_0^{\xi} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)\nu(\xi)}{\xi} \right]^{\frac{1}{2}} d\xi. \quad (38)$$

Тогда собственный радиус конфигурации  $R_{\text{proper}}$  в размерных переменных определяется как  $R_{\text{proper}} = L\xi_1$ .

Полная масса рассматриваемой конфигурации определяется как сумма внутренней массы, задаваемой выражением (35), и массы, связанной с внешним скалярным полем. Однако в случае безмассового скалярного поля более элегантным путем является определение полной массы через массу Комара. Последняя определяется как [19]

$$M_K = \frac{2}{c^2} \int_{\Sigma} \left( T_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} T \right) n^a \xi^b dV,$$

где  $n^a$  есть нормаль к  $\Sigma$ , а  $\xi^b$  – времени подобный вектор Киллинга. Для рассматриваемой здесь статической сферически-симметричной конфигурации получим

$$M_K = \frac{4\pi}{c^2} \int_0^R \left[ f(\xi + 3p) e^{\frac{\nu+\lambda}{2}} \right] r^2 dr.$$

Отметим, что здесь интегрирование выполняется только в диапазоне от 0 до  $R$ , где имеется ненулевой вклад, связанный с жидкостью. Используя безразмерные переменные (20), а также учитывая (8), (14) и (15), это выражение может быть переписано в безразмерном виде как

$$v_K \equiv \frac{M_K}{4\pi\rho_{gc}L^3} = \int_0^{\xi_1} \left[ f(\phi) [1 + \sigma(n+3)\theta] \theta^n e^{\frac{\nu+\lambda}{2}} \xi^2 d\xi \right]. \quad (39)$$

Сравнивая эту полную массу с массой внутренней части конфигурации, определяемую с помощью (35), можно выявить вклад в полную массу, приносимый внешним скалярным полем. Представленные ниже численные расчеты показывают, что величина этого вклада может достигать в некоторых случаях 5%, но в целом много меньше. Отсюда очевидно, что основная масса сконцентрирована внутри радиуса  $\xi_1$  (или  $R$ ). Это в свою очередь позволяет ввести некий эффективный радиус конфигурации, который определяется как радиус, в котором сосредоточена основная масса (см., например, раздел IID в [20]). В нашем случае представляется естественным выбрать в качестве эффективного радиуса радиус жидкости, где сконцентрировано более 95% полной массы конфигурации.

## 2.6 Численные результаты

При численном счете мы стартуем решения во окрестности центра конфигурации (т.е. около  $\xi \approx 0$ ) и решаем до точки  $\xi = \xi_1$ , где функция  $\theta$  за нулется. При этом процедура поиска решений следующая: для заданных значений  $\rho_{gc}$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $\Omega_m$  и  $w$  мы так подбираем центральное значение скалярного поля  $\phi_0$ , чтобы  $\theta$  стремилось к нулю при  $\xi = \xi_1$ , а скалярное поле асимптотически стремилось бы к  $\phi_{\text{ext}}$  из (27). Как отмечалось выше, последнее условие соответствует тому, что конфигурация вложена в космологическое скалярное поле.

При тех же самых значениях параметров жидкости  $\rho_{gc}$ ,  $K$  и  $n$  центральное значение скалярного поля  $\phi_0$  будет изменяться в зависимости от величины  $\phi_{\text{ext}}$ , которая зависит от значений космологических параметров  $\Omega_m$  и  $w$ . Очевидно, это будет влиять как на радиальное распределение вещества звезды, так и на

ее полную массу. Пример численного расчета для типичного значения  $\Omega_m = 0,3$  показан на рис. 1 для различных значений  $w$ .

Для моделирования жидкости мы определили константу  $K$  следующим образом:  $K = kc^2 (n_B^{(ch)} m_B)^{\frac{1}{n}}$ , где  $n_B^{(ch)}$  есть некоторое характерное значение плотности барионов  $n_B$ ,  $m_B$  – масса бариона, а  $k$  – параметр, значение которого зависит от свойств вещества. Для нейтронной материи можно взять, например,  $k = 0,1$  и  $n = 1$  [21], соответствующие газу барионов, взаимодействующих посредством векторного мезонного поля, как это было предложено Зельдовичем [15,22] (см. также работу [17], в которой рассматриваются релятивистские конфигурации с таким УС). Тогда, полагая  $m_B = 1,66 \times 10^{-24} \text{г}$  и  $n_B^{(ch)} = 0,1 \text{ фм}^{-3}$ , получим  $K = 542169$ .

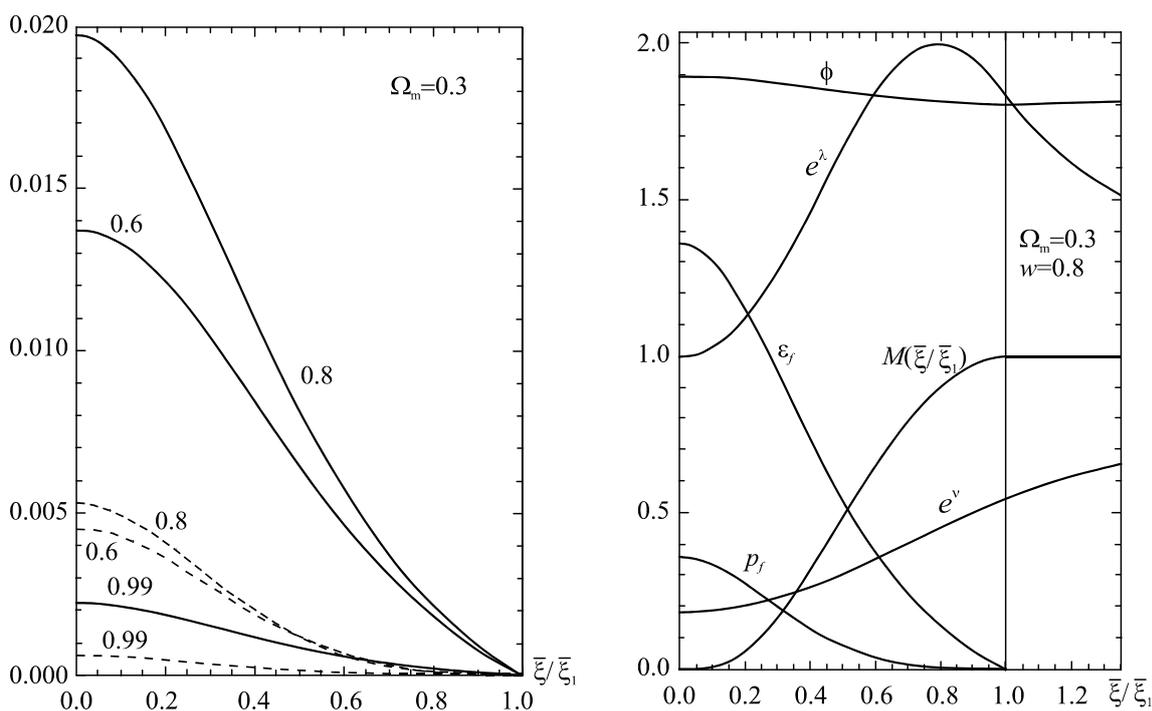


Рис.1 На левой панели представлены распределения полной внутренней плотности энергии (41) (сплошные кривые) и полного внутреннего давления (42) (штриховые кривые) в единицах  $\rho_{pl} c^2$  для значений  $w = 0,6, 0,8, 0,99$ . Кривые для  $w = 0,2, 0,1$  не показаны ввиду малости масштабов. На правой панели показаны плотность энергии  $\epsilon_f$  и давление  $p_f$  жидкости, скалярное поле  $\phi$ , метрические функции  $e^\nu$ ,  $e^\lambda$  и текущая

масса  $M$  как функции относительного инвариантного радиуса  $\frac{r}{\xi_1}$  для  $\Omega_m = 0,3$  и  $w = 0,8$ . Для обеспечения асимптотической плоскостности решений значение константы  $v_0$  выбрано равным  $v_0 \approx -1,54354105$ .

Все кривые построены для конфигураций с максимальными массами.

На рис. 1 представлены полная плотность энергии и давление, плотность энергии  $\epsilon_f$  и давление  $p_f$

жидкости, метрические функции  $e^\lambda, e^\nu$  и распределение массы  $M\left(\frac{r}{\xi_1}\right)$  как функции безразмерного радиуса  $\frac{r}{\xi_1}$ , определяемого выражением (38). При построении этих функций использовалась следующая процедура.

*Внутри жидкости:* Функция  $e^\nu$  строилась с использованием (17); функция  $e^\lambda$  получалась из ур. (18), переписанного через безразмерные переменные (20). А именно,

$$e^\lambda = \left[ 1 - \frac{2\sigma(\alpha + 1)v}{\xi} \right]^{-1}. \quad (40)$$

Полная внутренняя плотность энергии  $\epsilon_{int}$  и давление  $p_{int}$  могут быть получены с помощью выражений (8), (14), (15), (20) и (40) в следующей форме:

$$\varepsilon_{\text{int}} = [T_0^0]_{\text{int}} = \rho_{\text{gr}} c^2 \left\{ f(1 + n\sigma\theta)\theta^n - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi} \right] \left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 \right\} \quad (41)$$

и

$$p_{\text{int}} = -[T_1^1]_{\text{int}} = -\rho_{\text{gr}} c^2 \left\{ f\sigma\theta^{n+1} - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi} \right] \left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 \right\}. \quad (42)$$

Функция массы определяется как

$$M\left(\frac{\bar{\xi}}{\xi_1}\right) = \frac{v(\bar{\xi})}{v(\xi_1)}.$$

Выражения для  $\varepsilon_f$  и  $p_f$  могут быть получены соответственно из (41) и (42) в предположении отсутствия скалярного поля и равенства  $f = 1$ . Эти определения совместно с (38) дают параметрические зависимости, представленные на рис. 1.

*Внежидкости:* Внешние безжидкостные решения для скалярного поля и метрических функций получаются из системы (31)-(33) путем их сшивки с внутренними решениями, задаваемыми уравнениями (21)-(23) (детали см. в разделе 2.4).

### 3. Заключение

Мы рассмотрели смешанные конфигурации, состоящие из обычного (нейтронного) вещества, неминимально взаимодействующего с космологическим хамелеоновым скалярным полем  $\varphi$ . При этом мы исходили из того, что такое поле однородно заполняет Вселенную и обеспечивает ее современное ускоренное расширение. Это поле напрямую взаимодействует с веществом Вселенной (темной и/или обычной материей) посредством функции неминимального взаимодействия  $f(\varphi)$ . Нашей целью было выявить влияние такого космологического скалярного поля на внутреннюю структуру и свойства компактных объектов типа нейтронных звезд.

Для этого мы предположили, что вещество звезды может напрямую взаимодействовать с хамелеоновым скалярным полем. Обладая сильным гравитационным полем, такие конфигурации стимулируют изначально однородное космологическое скалярное поле концентрироваться в ограниченной области. Получающиеся при этом смешанные системы обладают двумя отличительными особенностями: 1) они вложены в космологическое хамелеоновое скалярное поле  $\varphi$ ; 2) обычная материя, входящая в такие конфигурации, взаимодействует напрямую со скалярным полем.

Численные исследования показали, что характеристики получаемых конфигураций – их размеры, массы, распределение вещества, – сильно зависят от формы функции неминимальной связи. В пределе малых давлений полученные результаты согласуются с результатами работы [13], где был показан существенный рост масс и размеров компактных объектов, образованных космологическим скалярным полем. В случае немалых  $W$ , рассмотренном в данной статье, массы и размеры становятся уже сравнимыми с характеристиками, типичными для нейтронных звезд. То есть, если стоит цель в получении характеристик компактных объектов, более или менее соответствующих общепринятым, необходимо предположить, что в рамках рассматриваемой здесь хамелеоновой парадигмы давление вещества, заполняющего Вселенную, должно существенно отличаться от нуля.

### Литература:

1. Sahni V. Dark matter and dark energy // Lect. Notes Phys. -2004. -V. 653. -P.141-180.
2. Copeland E. J., Sami M. and Tsujikawa S. Dynamics of dark energy // Int. J. Mod. Phys. -2006. -V. D15. -P.1753-1936.
3. De Felice A. and Tsujikawa S. f(R) theories // Living Rev. Rel. -2010. -V. 13. -P. 3-127.
4. Nojiri S. 'i. and Odintsov S. D. Unified cosmic history in modified gravity: from F(R) theory to Lorentz non-invariant models // Phys. Rept. -2011. -V. 505. -P. 59-144.
5. Maartens R. Brane world gravity // Living Rev. Rel. -2004. -V. 7. -P. 7-61.
6. Dzhunushaliev V., Folomeev V. and Minamitsuji M. Thick brane solutions // Rept. Prog. Phys. -2010. -V. 73:066901 -29 p.
7. Khoury J. and Weltman A. Chameleon fields: Awaiting surprises for tests of gravity in space // Phys. Rev. Lett. -2004. -V. 93:171104. - 4 p.
8. Khoury J. and Weltman A. Chameleon cosmology // Phys. Rev. -2004. -V. D69:044026. -15p.
9. Brax P., van de Bruck C., Davis A. -C., Khoury J., and Weltman A. Detecting dark energy in orbit - The Cosmological chameleon // Phys. Rev. -2004. -V. D70:123518. - 18 p.
10. Dzhunushaliev V., Folomeev V. and Singleton D. Chameleon stars // Phys. Rev. -2011. -V. D84:084025. -25 p.
11. Folomeev V. Nonrelativistic isothermal fluid in the presence of a chameleon scalar field: static and collapsing configurations // Phys. Rev. -2012. -V. D85:024008. -13 p.

12. Folomeev V. and Singleton D. Relativistic polytropic spheres embedded in a chameleon scalar field // Phys. Rev. -2012. - V. D85:064045. -13 p.
13. Folomeev V. Chameleon stars supported by a cosmological scalar field // Phys. Rev. D. -2012. -V. D86:063008. -11 p.
14. Бакирова Э.М., Фоломеев В.Н. Хамелеонозная космология: функция неминимального взаимодействия из наблюдательных данных // Статья представлена в Вестник КазНУ.
15. Zel'dovich Ya. B. and Novikov I. D. Stars and relativity. -Dover, New York, 1996. -522 p.
16. Noble S. C. A Numerical study of relativistic fluid collapse // -2003. e-Print:arXiv:0310116 [gr-qc].
17. Tooper R. Adiabatic Fluid Spheres in General Relativity // Astrophys. J. -1965. -V. 142, -P.1541-1562.
18. Dzhunushaliev V., Folomeev V., Kleihaus B. and Kunz J. Mixed neutron star-plus-wormhole systems: Equilibrium configurations // Phys. Rev. - 2012. - V. D85:124028. - 14 p.
19. Wald R. M. General Relativity. -University of Chicago, Chicago, 1984. -491 p.
20. Schunck F. E., Mielke E. W. General relativistic boson stars // Class. Quant. Grav. -2003. -V.20, -P.301-356.
21. Salgado M., Bonazzola S., Gourgoulhon E. and Haensel P. High precision rotating neutron star models 1: Analysis of neutron star properties // Astron. Astrophys. -1994. -V.291. -P.155-170.
22. Zel'dovich Ya. B. The equation of state at ultrahigh densities and its relativistic limitations // Sov. Phys. JETP -1962. -V. 14. -P.1143-1147.

**Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Асаналиева Г.Б.**

---