

Мальчик Ю.Н.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Yu.N. Malchik

MATHEMATICAL MODEL OF SEQUENCE EARTHQUAKES

УДК: 519.2

Предлагается математическая модель потока землетрясений Тянь-Шань с 2000 года по 2011 год.

С помощью программы MathCAD получен вектор предсказанных 13 значений функции M_{sp} начиная с 2014 года и до 2026 год.

Mathematical model of sequence earthquakes of Tian-Shan with 2000 year to 2011 year is offered.

Prophesy 13 magnitudes of vector from 2014 year to 2026 year with help MathCAD.

Из каталога сильных землетрясений Тянь-Шань [1], выберем землетрясения, начиная с 2000 года по 2011 год (см. табл.1). Последовательность землетрясений будем называть потоком событий происходящих в случайные моменты времени. Полагаем что это простейший поток событий с интенсивностью λ , а случайная величина T - время между двумя соседними событиями. Тогда величина T распределена по экспоненциальному закону [2, с 347]

$$f(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad (1)$$

Согласно [2] интенсивность потока это среднее число событий за единицу времени. Среднее значение T равно математическому ожиданию $M(T)$ и может быть найдена по формуле [2]

$$M(T) = \int_0^T t \cdot f(t) \cdot dt = \int_0^T t \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t) dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2)$$

Мы будем рассматривать только те землетрясения, моментная магнитуда M_w и телесейсмическая магнитуда M_s , которых больше 4.8. Такие события указаны в таблице 1. Из таблицы 1 выберем события, начиная с 2000 года. Тогда среднее число событий за единицу времени можно взять $\lambda = 1/\text{год}$ (одно событие за год). Следовательно математическое ожидание $M(T) = 1$ год.

Таблица 1.

Каталог сильных землетрясений Тянь-Шаня за каждый год с максимальной магнитудой M_s (M_w) с 2000 г. по 2011 г.

Дата (год/месяц/число)	Время (ч/м/с)	Координаты		Глубина очага h, км	Магнитуды				Энергетический класс $K_R, K_R = \log E_R$	Сейсмическая энергия по Гуттенбергу-Рихтеру, $E_{GR}, K_{GR} = \log E_{GR}$	Сейсмический момент $M_0, H \cdot m$	«Угловая» частота по Брону, f_0, Hz
		$\varphi^\circ N$	$\lambda^\circ E$		M_s	M_w	M_{LH}	m_s (AS)				
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2000/04/20	08:41:32.5	38.74	66.14	15 (HRV)	5.1 (HRV)	5.2 (HRV)	5.3	5.5 (HRV)	13.1(g)	12.4	$9.33 \cdot 10^{16}$ (HRV)	1.0 (HRV)
2001/01/18	08:41:41.6	38.61	66.14	26.6 (HRV)	5.1 (HRV)	5.3 (HRV)	5.4	5.4 (HRV)	13.1 (g)	12.4	$1.04 \cdot 10^{17}$ (HRV)	0.909(HRV)
2002/12/25	12:57:03.2	39.30	75.2	10(AS) 15 (HRV)	5.6 (HRV)	5.1 (κ) 5.7(AS)		5.5 (HRV)	12.8(kis)	13.2	$3.51 \cdot 10^{17}$ (HRV)	0.625(HRV)
2003/02/24	02:03:53.8	39.37	77.24	11(GS) 24 (HRV)	6.3 (GS, HRV)	6.3 (κ) 6.3 (AS, HRV)	6.1	5.8 (HRV)	15.2(kis)	14.2	$2.8 \cdot 10^{18}$ (GS) $3.74 \cdot 10^{18}$ (HRV)	0.27 (HRV)
2004/11/17	20:58:20.0	39.33	71.85	23 (HRV)	5.7 (HRV)	5.8 (HRV)	5.3	5.8 (HRV)	13.6 (kis)	13.3	$5.98 \cdot 10^{17}$ (HRV)	0.526(HRV)
2008/10/05	15:53:01.1	39.50	73.64	12 (HRV)	6.9 (HRV)	6.7 (HRV)	6.6	6.4 (HRV)	16.0 (kis)	15.1	$1.40 \cdot 10^{19}$ (HRV)	0.185(HRV)
2009/04/19	04:08:20.2	41.29	78.32	25.9 (HRV)		5.4 (HRV)		5.3 (HRV)	13.6 (kis)	12.9	$1.43 \cdot 10^{17}$ (HRV)	0.830(HRV)

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2009/06/13	17:17:40.6	44.77	78.83	12.4 (HRV)	5.4 (HRV)	5.4 (HRV)		5.8 (HRV)	13.6 (kaz)	12.9	1.60·10 ¹⁷ (HRV)	0.830(HRV)
2010/03/02	01:55:40	42.54	75.74	9 (kis)	5.1 (HRV)	5.1 (HRV)		5.1 (HRV)	12.9 (kis)	12.5	5.010 ¹⁶ (HRV)	1.25 (HRV)
2011/07/19	19:35:50	40.32	71.38	20 (kis)	6.1 (HRV)	6.1 (HRV)		6.1 (HRV)	15.0 (kis)	13.9	1.810 ¹⁸ (HRV)	0.36 (HRV)

Обозначим $M(T) = T_{cp}$ и составим таблицу зависимостей M_w и M_s от $k + N \cdot T_{cp}$ ($k = 2000$).

Таблица 2

N	$k + NT_{cp}$ (год)	M_s (HRV)	M_w (HRV)
0	2000	5.1	5.2
1	2001	5.1	5.3
2	2002	5.6	5.6
3	2003	6.3	6.3
4	2004	5.7	5.8
5	2005	6.2	6.1
6	2006	5.8	5.8
7	2007	6.0	6.0
8	2008	6.9	6.7
9	2009	5.4	5.4
10	2010	5.1	5.1
11	2011	6.1	6.1

Зависимости $M_s(T_{cp})$ и $M_w(T_{cp})$ в дискретные моменты времени аппроксимируем по способу наименьших квадратов полиномом

$$P(T) = C_0 + C_1 T + C_2 T^2 + C_3 T^3. \quad (3)$$

Здесь: C_i - искомые коэффициенты ($i = 0, 1, 2, 3$); аргумент T принимает дискретные значения – $T = 0, 1, 2, \dots, k$.

Для отыскания коэффициентов C_i уравнения (3) используем стандартный набор функций «Анализ данных» табличного процессора MS Excel. Из этого набора функций нам потребуется функция «Регрессия».

Для упрощения рассуждений полагаем $k = 0$. Теперь для отыскания коэффициентов нам потребуется первые три столбца таблицы 3 и функция «Регрессия».

Таблица 3

NT	NT ²	NT ³	M_s	M_{sp}
0	0	0	5,1	4,93370
1	1	1	5,1	5,36846
2	4	8	5,6	5,68495
3	9	27	6,3	5,89815
4	16	64	5,7	6,02305
5	25	125	6,2	6,07467
6	36	216	5,8	6,06799
7	49	343	6,0	6,01800
8	64	512	6,9	5,93972
9	81	729	5,4	5,84812
10	100	1000	5,1	5,75821
11	121	1331	6,1	5,68498

Для программы «Регрессия» входной параметр Y – столбец M_s таблицы 3, а входной параметр X – столбцы NT, NT^2, NT^3 . Запустив программу «Регрессия» получим: искомые коэффициенты

$$C_0 = 4,9337, C_1 = 0,4989, C_2 = -0,0666, C_3 = 0,0025,$$

функцию подбора $P(T) = M_{sp}$ и коэффициент корреляции векторов M_s и $M_{sp} - R = 0.6003$. Пятый столбец таблицы 3 содержит значения функции подбора M_{sp} , подсчитанные по формуле (3).

На рис. 1 представлены графики последовательности событий M_s и функции подбора M_{sp} .

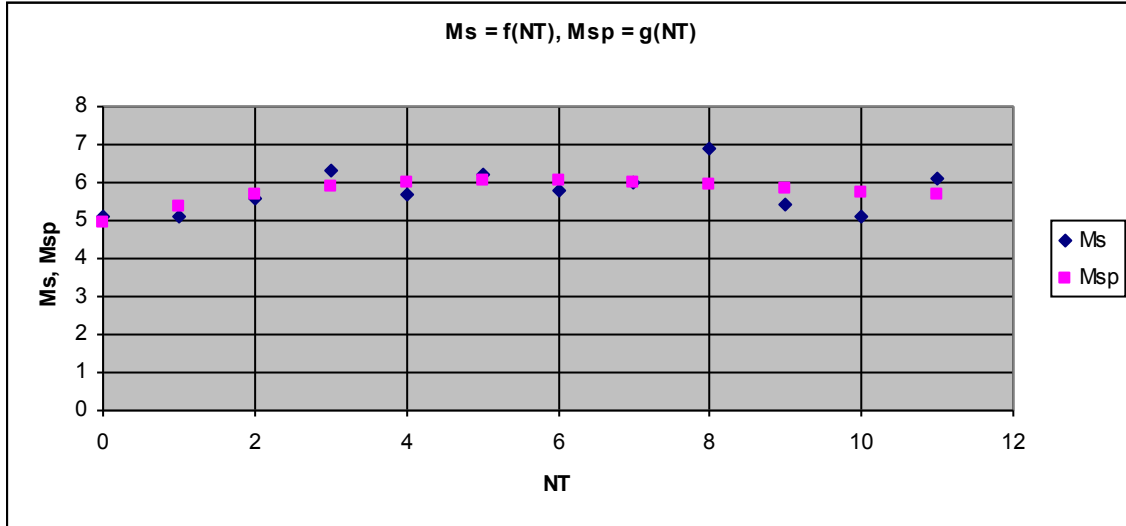


Рис 1. Графики последовательности событий M_s и функции подбора M_{sp} .

Значения магнитуд M_s и M_w практически не отличаются, начиная с 2000 года и кончая 2011 годом (смотри табл. 2). Поэтому M_w может быть исследована аналогично с M_s . Тогда функция подбора моментной магнитуды имеет вид

$$M_{wp}(T) = 5,0648 + 0,4762 \cdot T - 0,0705 \cdot T^2 + 0,00295 \cdot T^3. \quad (4)$$

На рис. 2. представлены графики последовательности событий M_w и функции подбора M_{wp} .

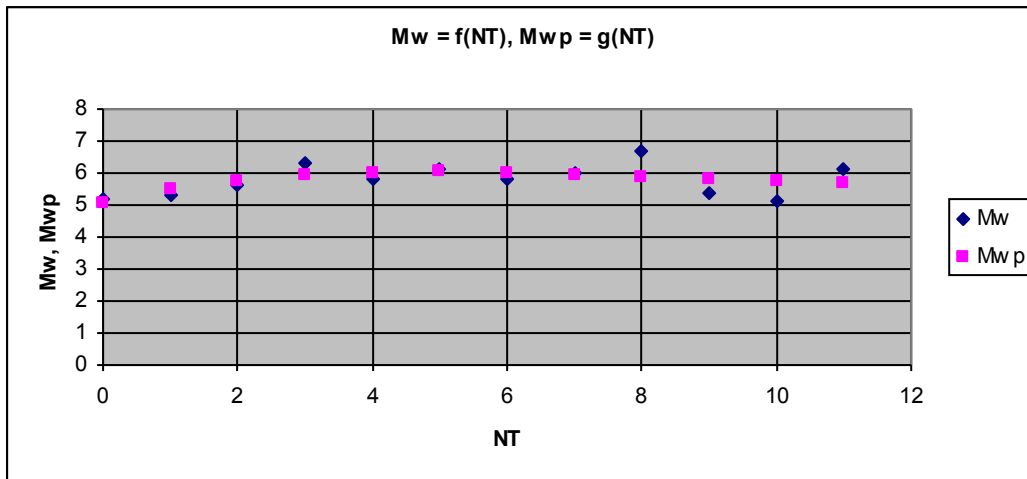


Рис 2. Графики последовательности событий M_w и функции подбора M_{wp} .

В библиотеке пакета программ MathCAD 14 содержится стандартная программа «Линейное предсказание» - predict (Y, m, n) [3]. Здесь: Y – вектор заданных значений функции; m – число последовательных значений Y, на основании которых функция predict создает n предсказанных значений Y. Функция predict использует линейный алгоритм предсказания, который точен когда экстраполируется гладкая функция.

Функция предсказания. Задан массив из nn точек
 $C0 := 4.9337$ $C1 := 0.4989$ $C2 := -0.0666$ $C3 := 0.0025$
 $nn := 13$ $i := 0 \dots nn$ $y_i := C0 + C1 \cdot i + C2 \cdot i^2 + C3 \cdot i^3$

Требуется предсказать еще n точек:
 Тогда:
 $m := 10$ $n := 13$ $yp := \text{predict}(y, m, n)$
 Отсюда получим:

$i =$		0		$k =$		0	
0	$y =$	0	4.934	0	$yp =$	0	5.706
1		1	5.368	1		1	5.807
2		2	5.685	2		2	5.926
3		3	5.898	3		3	6.04
4		4	6.023	4		4	6.129
5		5	6.075	5		5	6.184
6		6	6.068	6		6	6.205
7		7	6.018	7		7	6.193
8		8	5.939	8		8	6.156
9		9	5.848	9		9	6.102
10		10	5.758	10		10	6.04
11		11	5.684	11		11	5.978
12		12	5.643	12		12	5.923
13		13	5.648	13		13	

Здесь: y – вектор значений дискретной функции Msp начиная с 2000 года и кончая 2013 годом; yp - вектор предсказанных 13 значений дискретной функции Msp начиная с 2014 года и до 2026 года.

На рис.3 приведены графики дискретной функции $y = Msp$ и yp - предсказанной функции для Msp на отрезке $[14, 26]$.

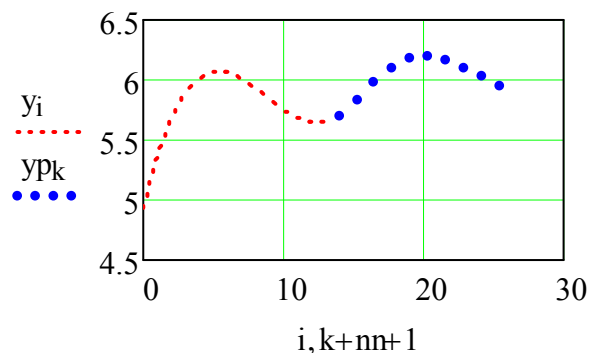


Рис. 3. Графики дискретных функций $y = Msp$ и предсказанной yp

Заключение

Получена математическая модель потока землетрясений Тянь-Шань с 2000 года по 2011 год.

Зависимости моментной и телесеismicической магнитуд в дискретные моменты времени аппроксимированы полиномами третьего порядка. Коэффициент корреляции $R = 0,6003$.

С помощью программы MathCAD получен вектор предсказанных 13 значений дискретной функции Msp начиная с 2014 года и до 2026 года

Литература

1. Мамыров Э., Маханькова В.А., Эрнесова Н. Главные периоды изменения сейсмического режима Тянь-Шаня в XX веке и в начале XXI века //Наука и новые технологии. №1, Бишкек, 2011, с. 40-52.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики: Учебное пособие. СПб, Питер, 2006, 496 с.
3. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс. СПб.: Питер. 2003. – 448 с.

Рецензент: д.т.н., профессор Усманов С.Ф.