

Байманкулов А.Т., Жуаспаев Т.А.

ИТЕРАЦИОННАЯ ФОРМУЛА РАСЧЕТА ОБОБЩЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛООБМЕНА

A.T. Baimankulov, T.A. Zhuaspaev

ITERATIVE GENERALIZED FORMULA FOR CALCULATING THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT

УДК:624/15.48

Изучается теплообмен в ненасыщенном грунте. Задаются температура грунта и воздуха на поверхности земли. Выводится итерационная формула с помощью, которой определяется обобщенный коэффициент теплообмена.

Studied heat transfer in unsaturated soil. Set the temperature of the soil and air at the surface. Displayed using iterative formula, which is determined by a generalized heat transfer coefficient.

Рассматривается следующая задача [1]:

$$C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad z \in (0, H), \quad t \in (0, t_{\max}), \quad (1)$$

$$\theta|_{t=0} = \varphi(x), \quad \theta|_{z=0} = T_1, \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} = -N(t) (\theta|_{z=H} - T_0(t)). \quad (3)$$

Будем искать $N(t)$ обобщенный коэффициент теплообмена. Ось z направлена вверх, начало координат находится на неизменном слое температуры почвы. Дополнительно задается измеренное значение температуры грунта на поверхности земли $T_g(t)$ и $T_b(t)$ - температура воздуха на поверхности земли.

Задача решается итерационным способом. Пусть n – итерационный параметр. В этом случае $N(t)$ определяются итерационными величинами $N(t, n)$, $n = 0, 1, \dots$

Задается начальное значение $N(t, 0)$, а следующие значения $N(t, n)$ определяется из условия монотонности функционала [2,3]

$$J(N) = \int_0^{t_{\max}} (\theta(H, t) - T_g(t))^2 dt. \quad (4)$$

Ранее нами была получена сопряженная задача к (1)-(3)

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0, \quad \psi|_{t=t_{\max}} = 0, \quad (5)$$

$$\psi|_{z=0} = 0,$$

$$\left(\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} + N_n(t) \psi \right) \Big|_{z=H} = 2(\theta - T_g(t)) \Big|_{z=H}. \quad (6)$$

При этом для расчета обобщенного коэффициента теплоотдачи принимается итерационная формула

$$N(t; n+1) = N(t; n) + \beta(n) (\theta(H, t; n) - T_g(t)) \cdot \psi(H, t) \quad (7)$$

Рассмотрим, когда $N(t) = N = const$. В этом случае исходная дифференциальная задача записывается в виде

$$C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad (8)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(z), \quad \theta|_{z=0} = T_1, \quad (9)$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} + N \theta|_{z=H} = N T_b(t). \quad (10)$$

А сопряженная дифференциальная задача имеет вид

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0, \quad \psi|_{t=T_{\max}} = 0 \quad (11)$$

$$\psi|_{z=0} = 0,$$

$$\left(\lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} + N \psi \right) \Big|_{z=H} = 2(\theta - T_g(t)) \Big|_{z=H} \quad (12)$$

Напомним, что $T_g(t)$ – измеренная температура почвы на поверхности земли. Вариация функционала имеет вид

$$\begin{aligned}
 J(N(n+1)) - J(N(n)) &= -\beta(n) \left(\int_0^{t_{\max}} (\theta(H, t; n) - T_g(t)) \psi(H, t) dt \right)^2 - \\
 &- \beta(n) \int_0^{t_{\max}} (\theta(H, t; n) - T_g(t)) \psi(H, t) dt \int_0^{t_{\max}} \psi(H, t) \Delta\theta(H, t) dt
 \end{aligned} \tag{13}$$

При этом следующее значение коэффициента обобщенной теплоотдачи определяется по формуле

$$N(n+1) = N(n) - \beta(n) \int_0^{t_{\max}} (\theta(H, t; n) - T_g(t)) \psi(H, t) dt \tag{14}$$

То есть, в дальнейшем управляемый параметр $\beta(n)$ подбирается так, чтобы последовательность $\{N_n\}$ сходилась.

Литература:

1. Rysbaiuly B. Newton's method to solve the problem of heat transfer in the freezing soil. France, Paris, Pensee Journal, Volume 76, Issue 1, 261-275 pp.
2. Alemdar Hasanov Simultaneous determination of source terms in a linear parabolic problem from the final overdetermination: Weak solution approach. J. Mathematical Analysis and Applications. 330 (2007) 766-779 pp.
3. Rysbaiuly B., Baimankulov A. Development and justification of the method of calculation the capillary diffusion of the soil. Wulfenia Journal, Austria, Mar 2014, Volume 20, Issue 12, 483-500 pp.

Рецензент: д.т.н., профессор Маткеримов Т.Ы.
