

Ходжибергенов Д.Т., Шеров К.Т.

АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЯВЛЕНИЙ РОТАЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ

D. T. Hodzhibergenov, K. T. Sherov

ANALYSIS OF THE EFFECTS OF TEMPERATURE TREATMENT ROTARY

УДК: 621.9101

В данной статье рассматривается распространения тепла в ограниченном теле, приводится уравнение, которые в простейших случаях являются граничными условиями первого, второго или третьего рода. Рассмотрено простейшие задачи с однородными граничными условиями первого рода, где граница области T. Приводится собственные значения, соответствующие для решения собственных функций задач. Решены задачи распространения тепла в ограниченной области для собственных функций и собственных значений для данной области.

In clause, the analysis of distribution of temperature of cutting is resulted at rotational processing. The analysis begins with the elementary physical tasks resulting in the equations of a considered type. In our case the equation for own functions represents the equation with private by owing to what it is easy to count on reception of obvious representation of own functions for any area T. Are considered the decision for areas T, for which the obvious representation is possible, though requires introduction of a new class of special functions. The general property of own functions and own meanings is considered and the methods of division variable are carried out).

Уменьшение интенсивности пластического деформирования срезаемого слоя и трения на передней [1; 2; 3] поверхности инструмента, вызываемое само перемещением режущей кромки вокруг своей оси придает специфические особенности процессу резания, которые диктует о необходимости уточнения аналитическим путем распространения тепла режущего инструмента.

При изучении распространения тепла в ограниченном теле необходимо к уравнению и к начальному условию добавить условия на границе тела, которые в простейших случаях являются граничными условиями первого, второго или третьего рода.

Рассмотрим простейшую задачу с однородными граничными условиями первого рода:

Найти решение уравнения теплопроводности

$$u_t = a^2 \Delta u \text{ внутри } T \text{ при } t > 0 \tag{1}$$

С начальным условием

$$u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z) \text{ и граничным условиям } u/\Sigma = 0$$

где, Σ – граница области T

В решение этой задачи применяем наиболее распространенный метод Фурье или метод разделения переменных с частными производными. Рассмотрим вспомогательную задачу в решение уравнения

$$u_t - a^2 \Delta u = 0 \text{ в } T \text{ при } t > 0, \tag{2}$$

удовлетворяющее однородному граничному условию $u/\Sigma = 0$ и представимое в виде произведения $u(M, t) = v(M) T(t) \neq 0$.

Разделяя переменные обычным способом, приходим к следующим условиям, определяющим функции $v(M)$ и $T(t)$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v + \Delta v = 0 \text{ в } T, v(M) \neq 0, \\ v = 0 \text{ на } \Sigma \rightarrow \text{на } \Sigma \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

$$\text{и } T' + a^2 \lambda T = 0 \tag{4}$$

Для функции v получаем задачу на отыскание собственных значений, которая подчиняется задачам Штурма-Лиувилля:

$$\left. \begin{aligned} \text{Div} (k \text{ grad } v) - qv + \lambda \rho v = 0 \quad (h > 0, q \geq 0, \rho > 0) \\ v/\Sigma = 0, \end{aligned} \right\}$$

Такие значения параметра λ как известно называются собственными значениями, а соответствующие или решения- собственными функциями задач.

Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$ – собственные значения, а $v_1, v_2, \dots, v_n, \dots$ – собственные функции задачи (3). Функция $\{v_n\}$ образуют ортогональную систему.

Соответствующие функции

$T_n(t) = C_n e^{-a^2 \lambda_n t}$, и вспомогательная задача имеет решение

$$u_n(M, t) = C_n v_n(M) e^{-a^2 \lambda_n t} \quad (5)$$

Общее решение исходной задачи может быть представлено в виде

$$u(M, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-a^2 \lambda_n t} v_n(M) \quad (6)$$

Удовлетворяя начальному условию

$$(M, 0) = \varphi(M) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n v_n(M) \quad (7)$$

находим коэффициенты,

$$C_n = \frac{\int_T \varphi(M') v_n(M') d\tau_{M'}}{\|v_n\|^2}$$

где, $\|v_n\| = \left[\int_T v_n^2(M') d\tau_{M'} \right]^{1/2}$ – норма функции v_n .

Функция (6) и представляет решение задачи.

Уравнение

$$u_t - a^2 \Delta u = f(M, t) \quad \left(f = \frac{F}{c\rho} \right) \quad (8)$$

при однородных граничном и начальном условиях может быть также решено методом разделения переменных.

Полагая, как обычно,

$$u(M, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) v_n(M) \quad (9)$$

и разлагая функции $f(M, t)$ по собственным функциям $v_n(M)$

$$f(M, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) v_n(M),$$

$$f_n(t) = \frac{1}{\|v_n\|^2} \int_T f(M, t) v_n(M) d\tau_{M'} \quad (10)$$

получаем для определения $T_n(t)$ уравнение

$$T_n' + a^2 \lambda_n T_n = f_n(t) \quad (11)$$

с начальным условием $T_n(0) = 0$, если $u(M, 0) = 0$ решение которого имеет вид

$$T_n(t) = \int_0^t e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} f_n(\tau) d\tau \quad (12)$$

Отсюда получаем:

$$u(M, t) = \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} \frac{v_n(M) v_n(M')}{\|v_n\|^2} f(M', \tau) d\tau_{M'} d\tau \quad (13)$$

Выражение в фигурных скобках, соответствует функции влияния мгновенного источника мощности $Q = \text{ср}$, помещенного в точку M' в момент τ , в процессе резания на контактных поверхностях,

$$G(M, t, M', \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n(M) v_n(M')}{\|v_n\|^2} e^{-a^2 \lambda_n (t-\tau)} \quad (14)$$

Решение первой краевой задачи \bar{u} для уравнения теплопроводности и с неоднородными граничными условиями $\bar{u} / \Sigma = \mu$, где μ – произвольная функция точки P передней поверхности инструмента и времени легко приводится к решению и неоднородными граничными условиями $u / \Sigma = 0$, если положить

$$\bar{u} = u + \Phi \quad (15)$$

где, Φ – произвольная функция, подлежащая определению в интервале длины режущего инструмента уравнением Лапласа [4].

Если $\mu_0 = \text{const}$, к задаче с однородными граничными условиями ввести функцию

$$\bar{u} = u + \mu_0 (\Phi = \text{const} = \mu_0),$$

представляющую отношение от стационарного решения.

Таким образом, основная трудность при решении задач о распространении тепла в ограниченной области состоит в нахождении собственных функций и собственных значений для данной области.

Форма решения (6), полученная методом разделения переменных, удобно для исследования достаточно развитой стадии процесса при больших t .

Собственные значения λ_n любой области быстро возрастают с номером n . Поэтому при $t > 0$ ряд быстро сходится и начиная с некоторого момента, первый отличный от нуля член преобладает над суммой остальных членов.

$$u(M, t) \approx C_1 v_1(M) e^{-a^2 \lambda_1 t} \quad (16)$$

Это соответствует тому физическому факту, что, независимо от начального распределения, начиная с некоторого момента, в режущем инструменте устанавливается «регулярный» температурный режим, при котором «профиль» температуры не меняется во времени и с ними туда убывает по экспоненте с возрастанием времени. Измеряя температуру тела в произвольной точке M_0 , находим что

$$\ln |u(M_0, t)| \approx -a^2 \lambda_1 t + \ln |C_1 v_1(M)| \quad (17)$$

График этой функции изображается, начиная с некоторого момента времени, что и требовалось доказать, так как полученные экспериментальным путем [5] графики точки являются линиями первого порядка, прямой линией с условным коэффициентом $-a^2 \lambda$. Зная λ_1 , можно найти коэффициент теплопроводности.

Литература:

1. Д. Ходжибергенов, И. Кушназаров, Б. Марданов. Особенности процесса стружкообразования при МРО «Истиклал-И», материалы научно-теоретической технической конференции. Навои, - 1995 г., с. 137-139.
2. Качество поверхностного слоя при режущей упрочняющей обработке. Д. Ходжибергенов, И. Кушназаров. «Проблемы эксплуатации и совершенствования транспортных систем». Сборник научных трудов Академии гражданской авиации №8 (77) - 2001. Санкт-Петербург С. 111-114.

3. Д. Ходжибергенов, Г. Мухаммадиев. Взаимосвязь между передним углом α и углом сдвига β , при ротационной обработке. Известия ВУЗов. Технические науки. 4.2000. Ташкент. С. 3-5.
4. Д. Ходжибергенов. Стружкообразование и динамика при многолезвийной ротационной обработке: Автореферат дис. канд. тех. наук Ташкент, 1996 г.

Рецензент: д.т.н., профессор Досыбеков А.Д.
