

Койшыбаева Ж.Б.

СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО КАТАЛОГА ШАТУННЫХ КРИВЫХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ

Zh.B. Koyishybaeva

CREATION OF ELECTRONIC CATALOGUE ШАТУННЫХ OF CURVE LEVER MECHANISMS ON THE BASIS OF FACTORS FOURIER

УДК: 669.02/77.5

Анализ Фурье плоской замкнутой кривой используется, чтобы найти подходящий направляющий механизм посредством электронного каталога. Этот метод основывается на методах оптимизации, и позволяют учитывать дополнительные требования синтеза и ограничения.

The analysis of Fure of the flat closed curve is used to find the suitable directing mechanism by means of the electronic catalog. This method is based on optimization methods, and allow to consider additional requirements of synthesis and restriction.

Известно, что наиболее удобным способом представления замкнутого контура в виде численных данных является использование коэффициентов Фурье. Даже первые несколько коэффициентов Фурье вполне представляют форму кривой. Этот способ представления незаменим и с точки зрения поиска нужной кривой в каталоге, поскольку поиск сводится к сравнению двух последовательностей коэффициентов Фурье, на что почти не требуется вычислительных затрат ввиду линейной природы ряда Фурье.

Параметризованный радиус-вектор $f\{t\}$ замкнутой кривой J (рисунок 1) может быть представлен в виде ряда Фурье как

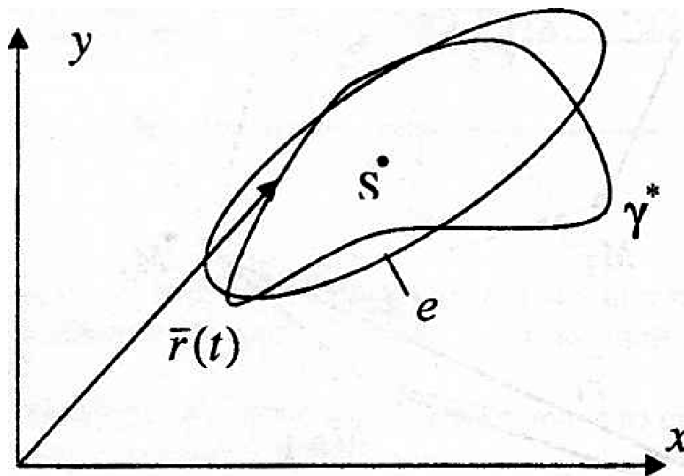


Рис. 1.

$$\vec{r}(t) = \vec{a}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (\vec{a}_k \cos kt + \vec{b}_k \sin kt), \quad (1)$$

где $\vec{a}_k = [a_k^x, a_k^y]^T$, $\vec{b}_k = [b_k^x, b_k^y]^T$. Будем считать, что параметр t меняется от 0 до 2π .

Например, в качестве параметра t может выступать угол поворота кривошипа или время.

Для чисто геометрического представления кривой, независимого от времени, параметр t изменяется пропорционально длине дуги, описываемой от начала кривой $M_0(x_0, y_0)$ до текущего положения $M(x, y)$.

Если кривая γ представлена дискретной последовательностью точек на ней $M_0, M_1, M_2, \dots, M_n \equiv M_0$ с радиус-векторами $\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{n-1}, \vec{r}_n = \vec{r}_0$, т.е. в виде многоугольника, параметризация, независимая от времени, может быть получена при $t_0 = 0$ рекурсивно по формуле

$$t_i = t_{i-1} + \frac{2\pi}{L} \cdot \|\vec{r}_i - \vec{r}_{i-1}\|, \quad (2)$$

где L - есть сумма длин ребер $M_i M_{i-1}$ многоугольника

$$L = \sum_{i=1}^n \|\vec{r}_i - \vec{r}_{i-1}\|. \quad (3)$$

При приближенном синтезе плоских рычажных механизмов радиус-вектор точки M на кривой γ можно описать в следующем виде:

$$\vec{r}^*(t) = \vec{r}_{i-1} + \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \cdot \|\vec{r}_i - \vec{r}_{i-1}\|, \quad (4)$$

Тогда для коэффициентов Фурье справедливо выражения

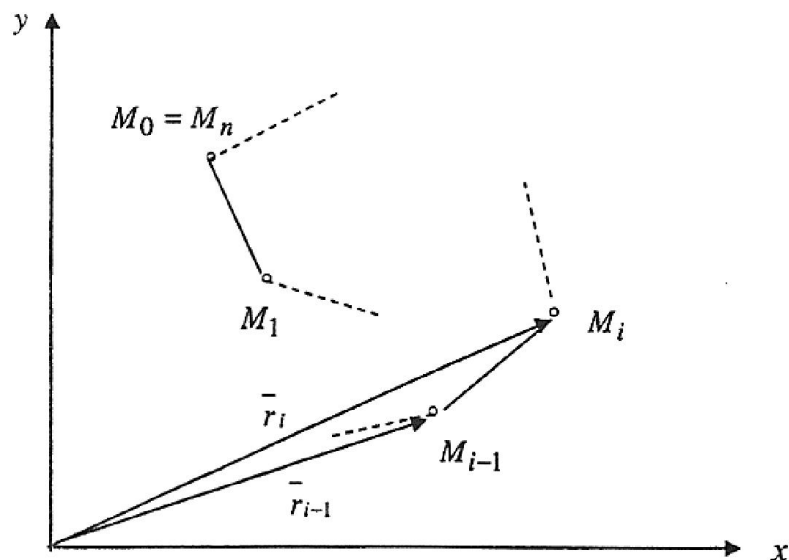


Рис. 2.

$$\begin{aligned} \bar{a}_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i^*} r(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[\bar{r}_{i-1} + \frac{t-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} \cdot (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\bar{r}_{i-1}(t_i - t_{i-1}) + \frac{1}{2}(\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \cdot (t_i - t_{i-1}) \right] = \frac{1}{2\pi} (t_i - t_{i-1})(\bar{r}_i + \bar{r}_{i-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_k &= \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i^*} r(t) \cos ktdt = \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[\bar{r}_{i-1} + \frac{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \cdot (t - t_{i-1}) \right] \cos ktdt = \\ &= \frac{1}{k\pi} (\bar{r}_i \sin kt_i - \bar{r}_{i-1} \sin kt_{i-1}) + \frac{1}{k^2\pi} \frac{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} (\cos kt_i - \cos kt_{i-1}); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_k &= \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i^*} r(t) \sin ktdt = \frac{1}{\pi} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[\bar{r}_{i-1} + \frac{t-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} \cdot (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] \sin ktdt = \\ &= \frac{1}{k\pi} (-\bar{r}_i \cos kt_i + \bar{r}_{i-1} \cos kt_{i-1}) + \frac{1}{k^2\pi} \frac{\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} (\sin kt_i - \sin kt_{i-1}). \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, коэффициенты ряда Фурье для полученного многоугольника имеют вид

$$\bar{a}_0 = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n [(t_i - t_{i-1})(\bar{r}_i + \bar{r}_{i-1})] \quad (8)$$

а для $k > 0$

$$\bar{a}_k = \frac{1}{k^2\pi} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\cos kt_i - \cos kt_{i-1}}{(t_i - t_{i-1})} (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] + \frac{1}{k\pi} \sum_{i=1}^n [(\bar{r}_i \sin kt_i - \bar{r}_{i-1} \sin kt_{i-1})] \quad (9)$$

$$\bar{b}_k = \frac{1}{k^2\pi} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sin kt_i - \sin kt_{i-1}}{(t_i - t_{i-1})} (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] - \frac{1}{k\pi} \sum_{i=1}^n [(\bar{r}_i \cos kt_i - \bar{r}_{i-1} \cos kt_{i-1})] \quad (10)$$

Последние слагаемые в выражениях (1.9) и (1.10) равны к нулю, поскольку мы имеем замкнутый многоугольник, т.е. $M_n \equiv M_0$ и $\bar{r}_n = \bar{r}_0$.

В итоге в приближенном виде коэффициенты ряда Фурье для полученного многоугольника имеют вид

$$\bar{a}_0 = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n [(t_i - t_{i-1}) (\bar{r}_i + \bar{r}_{i-1})] \quad (11)$$

а для $k > 0$,

$$\bar{a}_k = \frac{1}{k^2 \pi} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\cos kt_i - \cos kt_{i-1}}{(t_i - t_{i-1})} (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] \quad (12)$$

$$\bar{b}_k = \frac{1}{k^2 \pi} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sin kt_i - \sin kt_{i-1}}{(t_i - t_{i-1})} (\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}) \right] \quad (13)$$

Всего несколько членов ряда Фурье уже характеризуют форму замкнутой кривой в достаточно высокой степени. Пусть, например, кривая γ есть шатунная кривая шарнирного четырехзвенника ABCD (рисунок 3), т.е. кривая, описываемая шатунной точкой P на плоскости.

При использовании только пяти первых членов ряда Фурье отклонения аппроксимирует кривой γ_F от шатунной кривой γ составляет 0,38%. На рисунке 3 точка S представляет собой «центр тяжести» кривой γ

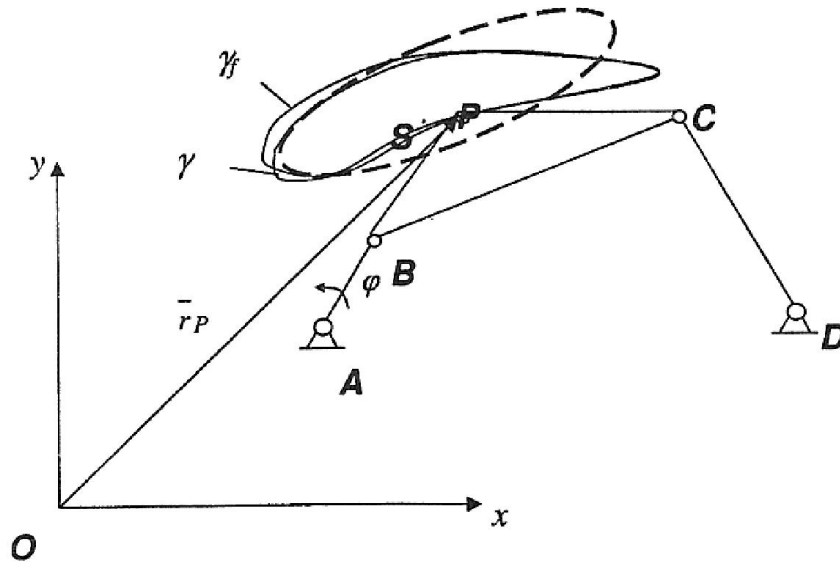


Рис. 3.

имеет

радиус-вектор $\bar{r}_S = \bar{a}_0$. Она же является и центром эллипса e , соответствующей первой гармонике $k=1$. Этот эллипс описывается выражением

$$\bar{r}_e = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 \cos t + \bar{b}_1 \sin t \quad (14)$$

Полуосями являются

$$h_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{|\bar{a}_1|^2 + |\bar{b}_1|^2 \pm \left[\left(|\bar{a}_1|^2 - |\bar{b}_1|^2 \right)^2 + \left(2\bar{a}_1\bar{b}_1 \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (15)$$

Отношение $\lambda_F = \frac{h_1}{h_2}$, где $0 \leq \lambda_F \leq 1$, представляет собой параметр, характеризующий форму замкнутой кривой. Этот параметр не зависит от положения кривой, сдвига и поворота как целого, и используемого масштаба.

Другие параметры, нормализованные в отношении расположения l длины кривой, также как средний радиус кривой, измеренный от центра тяжести, или момент площади, заметаемой кривой и др. хорошо коррелируют с рассматриваемым параметром λ_F , так что их использование не несет существенно более точной информации о кривой.

Анализ Фурье плоской замкнутой кривой используется, чтобы найти подходящий направляющий механизм посредством электронного каталога. Этот метод основывается на методах оптимизации, и позволяет учитывать дополнительные требования синтеза и ограничения.

Литература:

1. Саркисян Ю.Л. Аппроксимационный синтез механизмов. - М.: Наука, 1982. -304 с.
2. Левитский Н.И. Приближенный синтез шарнирных механизмов с двумя степенями свободы. - Труды ИМАШ АН СССР. Семинар по ТММ. Вып. 83-84. -М.:Изд.-во АН СССР, 1961. -Том 21. -с. 103-113.
3. Angeles, Onlu 1999.
4. Ибраев С.М. Функциональный синтез и анализ плоских параллельных манипуляторов. -Алматы: Гылым, 1996. -198 с.
5. Luck K, Mudler K.-H. Getriebetechnik: Analyse, Synthese, Optimierung. 2. Auflage. - Springer Verlag, 1995. - 367 s.

Рецензент: д.т.н., профессор Жанбыров Ж.Г.