

Алсеитов М.Т.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

M. T. Alseitov

THE THEORETICAL DESCRIPTION OF MODELLING TRAFFIC

УДК 656.11-047.58

В данной статье совмещены три группы уравнений в одну систему, и в результате получена модель комплекса «Автомобиль-Водитель-Дорога», которое содержит пять фазовых координат $x, \varphi, u, \omega, \theta$. Предложена математическая модель, которая учитывает динамику изменения пропускной способности водителя как приемника информации.

In given article three groups of the equations in one system and as a result the model of a complex "Car-driver-road" which contains five phase co-ordinates $x, \varphi, u, \omega, \theta$ is received are combined. The mathematical model which considers dynamics of change of throughput of the driver as the information receiver is offered.

Модель любого процесса в дорожном движении содержит две основные составляющие: модель объекта и системы управления. Объект, как правило, задается набором переменных именуемыми фазовыми координатами. Система управления обычно задается параметрами называемыми управлениями. Дорожное движение представляет собой сложную и многообразную систему. Оно предполагает введение различных наборов фазовых координат и управлений различными факторами, влияющими, прежде всего, на безопасность движения.

Связь между координатами и управлениями, записанные в формализованном виде, называются управлениями состояния объекта. Управления состояния записываются в математическом виде – в форме дифференциальных уравнений как в модели комплекса «А-В-Д», либо в форме программы как в имитационной модели описывающей движение транспортного средства.

Изменение во времени фазовых координат в пространстве образует некоторую кривую, называемую фазовой траекторией. Фазовая траектория, являясь в свою очередь многомерной функцией времени, выражает собой зависимость состояния объекта управления или системы управления от времени.

Оптимизация системы управления обычно производится с помощью целого набора критериев или показателей управления. В зависимости от условий функционирования объекта управления могут совершенствоваться старые и появляться новые критерии.

В многокритериальных системах управления весовой вклад критерия может резко меняться с течением времени и изменением фазового состояния объекта управления.

В комплексе «А-В-Д» принято рассматривать целый набор критериев, имеющих различный вес в зависимости от условий движения.

При построении различных моделей комплекса «А-В-Д» необходимо уравнение движения автомобиля. Для плоской модели автомобиля уравнение имеет вид:

$$M \frac{du}{dt} = Y_1 + Y_2, \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = l_1 Y_1 + l_2 Y_2, \quad (2)$$

где Y_1 и Y_2 – боковые силы, действующие на переднюю и заднюю пару колес;

u - скорость бокового смещения автомобиля;

ω - угловая скорость автомобиля;

M - масса автомобиля.

По гипотезе увода Рокара [5] силы Y_1 и Y_2 могут быть выражены через углы увода, а они, в свою очередь, через относительные скорости передней и задней осей автомобиля:

$$Y_1 = -K_1 \delta_1 = -K_1 \left(\frac{u - l_1 \omega}{v} - \theta \right) \quad (3)$$

$$Y_2 = -K_2 \delta_2 = -K_2 \left(\frac{u + l_2 \omega}{v} \right)$$

(4)

где δ_1 и δ_2 - углы увода передних и задних колес соответственно;
 K_1 и K_2 - углы увода задних передних колес, соответственно;
 l_1 и l_2 - расстояние от оси инерции до передних и задних осей соответственно;
 v - линейная скорость автомобиля;
 θ - угол поворота управляемых колес.

Подставив выражение для боковых в исходную систему уравнений и преобразовав, получим:

$$\left. \begin{aligned} Mu' + \frac{(K_1+K_2)}{v}u + \omega vM + \frac{(K_1l_1-K_2l_2)}{v}\omega - K_1\theta &= 0 \\ \left(\frac{K_1l_1-K_2l_2}{v}\right)u + I\omega' + \frac{(K_1l_1^2+K_2l_2^2)}{v}\omega - K_1l_1\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система уравнений (5) описывает состояние автомобиля.

Для вычисления положения автомобиля на дороге необходимо систему (5) дополнить еще двумя уравнениями:

$$\varphi' = \omega, x' = v \sin\varphi + u \cos\varphi \approx v\varphi + u \quad (6)$$

где φ – курсовой угол автомобиля;

x – линейная координата центра масс.

Упрощение во второй из формул (6) справедливо для φ близких к нулю.

Большое влияние на траекторию автомобиля оказывают параметры рулевого управления. Уравнение динамики рулевого управления основывается из предположения, что водитель может воздействовать на угловую скорость поворота управляемых колес:

$$T_p\theta' + \theta + \psi(x, \varphi, u, \omega) = 0 \quad (7)$$

где T_p - постоянная время

ψ - функция управления.

Если совместить три группы уравнений в одну систему, получим модель комплекса «А-В-Д», которое содержит пять фазовых координат $x, \varphi, u, \omega, \theta$.

$$\left. \begin{aligned} u' + \left(\frac{K_1+K_2}{v}\right)u + \omega v + \frac{K_1l_1-K_2l_2}{v}\omega - K_1\theta &= 0 \\ \frac{K_1l_1-K_2l_2}{v}u + \omega'b^2 + \omega \frac{K_1l_1^2+K_2l_2^2}{v} - K_1l_1\theta &= 0 \\ \varphi' &= \omega \\ x' &= v\varphi + u \\ T_p\theta' + \theta + \psi(u, \varphi, \omega, x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Первое и второе уравнение системы (8) получим из (5) делением на массу и выражением коэффициентов K_1 и K_2 в единицах ускорения (m/c^2). Величина b – радиус инерции, вычисляется по формуле:

$$b = \sqrt{\frac{I}{M}} \quad (9)$$

где I - момент инерции рулевого механизма вместе с управляемыми колесами.

В системе «А-В-Д» в качестве источника информации является дорога, элементы ее обустройства, попутные и встречные транспортные средства, движущиеся и неподвижные объекты придорожного пространства, рабочее состояние автомобиля и т.д. Всю эту информацию получает непосредственно водитель, который ее перерабатывает, осмысливает и на этой основе формирует управляющее воздействие. Процесс движения автомобиля по дороге характеризуется определенным ритмом (дозами) поступления информации о дорожной обстановке к водителю и обратно от водителя к управляющим органам автомобиля. Пропускная способность каналов восприятия

водителя настраивается на диктуемый дорогой и целью перевозки ритм движения. В зависимости от склонности дорожно-транспортной ситуации и условий движения, по этим каналам пропускается поток информации определенного объема. Среднее количество информации, перерабатываемое водителем в единицу времени, называется пропускной способностью каналов восприятия водителя. И повышенный и пониженный ритм движения вызывает, естественно, быстрое утомление водителя. В первом случае – из-за перегрузки водителя большим количеством операций по анализу дорожной обстановки и управлению автомобилем, во втором случае утомление водителя возникает вследствие так называемого сенсорного голода.

Для характеристики опасности ситуации, возникающей из-за резкого изменения дорожных условий, можно предположить математическую модель, которая учитывает динамику изменения пропускной способности водителя как приемника информации.

Введем понятие интенсивного информационного потока I в виде отношения [2]:

$$I = \frac{H(v) - H\left(\frac{v}{\hat{\sigma}}\right)}{T} \quad (10)$$

где $H(v)$ – энергия системы относительно одной фазовой координаты скорости v ;

$H(v/\hat{\sigma})$ – энтропия системы после получения информации о величине среднеквадратических отклонений скорости v ;

T – период времени, в течение которого оценивается величина среднеквадратического отклонения, выбираемый исходя из времени забывания водителя.

При оценке интенсивности информационного потока I для простоты изложения предположим, что система «А-Д» может быть описана одной фазовой координатой – скоростью движения v . Энтропия системы выразится, по определению, следующей формулой:

$$H(v) = - \int f(v) \log_2(f(v)) dv \quad (11)$$

где $f(v)$ - плотность распределения скорости автомобиля.

По данным экспериментальных исследований [3,4], распределение скоростей подчиняется нормальному закону распределения случайных величин с математическим ожиданием m_v и дисперсией σ_v^2

$$f(v) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-m_v)^2}{2\sigma_v^2}} \quad (12)$$

где e^E – основание натурального логарифма $e = 2,7182\dots$

В этом случае энтропия системы $H(v)$ выражается через дисперсию σ_v^2 по формуле:

$$H(v) = \log_2(\sqrt{2\pi e \sigma_v^2}) \quad (13)$$

Соответственно, условное отношение после получения информации о величине σ_v и оценка интенсивности потока информации определяется таким образом:

$$H(v/\hat{\sigma}_v) = \log_2\left(\sqrt{2\pi e \sigma_v^2} \sqrt{1 - \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\sigma_v^2}}\right) \quad (14)$$

$$I = -\frac{1}{2T} \log_2\left(1 - \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\sigma_v^2}\right) \approx \frac{1}{2T} \cdot \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\sigma_v^2} \quad (15)$$

Отношение сложности управления автомобилем связано с определением пропускной способности информации водителем. Этот параметр является комплексной характеристикой водителя как управляющего звена в системе

«А-В-Д». В частности, он включает в себя такой известный измеритель психофизиологических свойств водителя, как время реакции.

Чтобы выразить пропускную способность в функции времени, сделаем вполне естественное предположение о том, что скорость изменения пропускной способности пропорционально разнице между пропускной способностью и интенсивного потока информации.

Это допущение можно записать в форме дифференциального уравнения:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{1}{\theta} (I - \Pi) \quad (16)$$

где $d\Pi$ - дифференциал по пропускной способности каналов внешнего и автомобильного управления;

dt - дифференциал по времени;

θ - время перестройки режима вождения.

Решение уравнения (16) имеет вид:

$$\Pi(t) = C e^{-\frac{t}{\theta}} + \int_{-\infty}^t I(\tau) e^{-\frac{(\tau-t)}{\theta}} dt \quad (17)$$

Первый член дает возможность учесть начальное значение пропускной способности. Если автомобиль движется достаточно долго, то влияние начального значения несущественно и первым членом можно пренебречь. Для характеристики сложности управления используется специальный показатель называемый коэффициентом аккомодации, который выражает степень сообщения между скоростью поступления информации от дороги и пропускной способностью водителя. В аналитической форме коэффициент аккомодации записывается как отношение интенсивности потока информации от дорожной обстановки $I(t)$ к пропускной способности $\Pi(t)$:

$$K_{\text{акк}} = \frac{I(t)}{\Pi(t)} \quad (18)$$

где I - интенсивность потока информации о дорожной обстановке;

Π - пропускная способность каналов внешнего и автомобильного управления.

Если значение коэффициента больше единицы, то интенсивность потока поступающей к водителю информации превышает величину пропускной способности его каналов восприятия и существует вероятность возникновения дорожно-транспортного происшествия. При значении коэффициента аккомодации меньше единицы дорожные условия или ситуация, в данный момент (в момент измерения), можно считать малоопасными.

Вычислить коэффициент аккомодации для наиболее опасного сочетания дорожных условий, приводящих к резкому снижению скорости.

Предположим, что снижение скорости происходит в соответствии с формулой:

$$v(t) = \begin{cases} v_{\max} & 0 \leq t \leq t_1 \\ v_{\max} - at & t_1 \leq t \leq t_2 \\ v_{\max} & t \geq t_2 \end{cases} \quad (19)$$

Аналогичные результаты дает использование коэффициента безопасности [1] однако с помощью коэффициента безопасности невозможно оценить длину временного отрезка, представляющего наибольшую опасность.

Литература:

1. Бабков В. Ф. Дорожные условия и безопасность движения М. Транспорт 1970 г. 256 с
2. Гаврилов А.А. Моделирование дорожного движения. М. Транспорт, 1980 г. - 189с.
3. Лобанов Е.М., Сильянов В.В. и др. Пропускная способность авт.дороги М.Транспорт 1970 г.
4. Сильянов В.В. - теория транспортных потоков в проектировании дорог и организация движения М.Транспорт 1977 г.
5. Янте А. Механика движения автомобиля М. Машгиз, 1958 г.

Рецензент: д.тех.н., и.о. профессор КРСУ Маткеримов Т.Ы.