

Сулайманова С.М.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕССОПРОКАТКИ  
АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА**

S.M. Sulaimanova

**THE MATHEMATICAL MODELING OF PRESSING AND ROLLING  
ALUMINUM SHEET**

УДК: 621.777–422.2:621.7.011

В рамках теории упругопластических процессов малой кривизны рассматривается задача использования эффекта сверхпластичности при прессопрокатке. При этом конечная цель процесса заключается в установлении силовых и кинематических воздействий, необходимых для получения алюминиевого листа с качественной ультрамелкозернистой структурой.

The problem of the use effect superplasticity at pressing and rolling within the bounds of the elastoplastic processes of the small curvature theory is considered. At that the final objective of the process is concluded in determination power and kinematic impact required for aluminum sheet reception with high-quality ultra small-grained structure. The optimum combination of press component, pressures on rollers and advance speed of the material is determined.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается задача определения технологических параметров процесса прессопрокатки листа. При этом предполагается, что указанный процесс является изотермическим и осуществляется в температурных условиях реализации эффекта сверхпластичности.

Прессопрокатка, как известно [1], объединяет преимущества прессования и продольной прокатки, практически устраняя недостатки обеих составляющих. Считается [1], что за счет уменьшения величины пассивных сил трения и сохранения схемы объемного напряженного состояния заметно снижается усилие, требуемое для выдавливания металла из контейнера сравнительно с обычным прессованием. Схематично процесс прессопрокатки листа изображен на рис. 1.

При формулировке задачи полагаем, что радиусы валков  $R$  одинаковы и вращаются с равными угловыми скоростями. Как следствие, процесс можно считать симметричным относительно срединной плоскости полосы.

В результате полоса толщиной  $h_0$  на входе в валки становится равной  $h_k$  на выходе из валков. Часть полосы между входом и выходом из

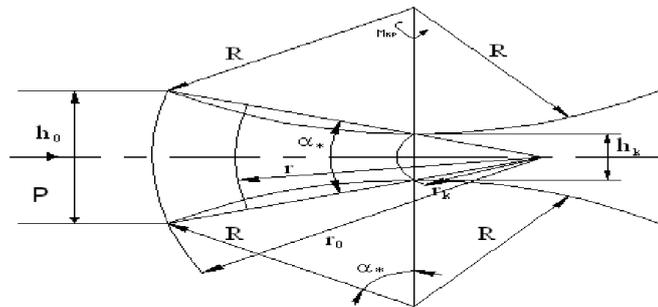


Рис. 1. Схема процесса прессопрокатки листа.

валки образует очаг пластической деформации. Остальная часть полосы принимается жесткой. Далее полагаем, что ширина полосы превышает длину очага пластической деформации более, чем в пять раз. При этом, следуя [2], можно принять, что в очаге имеет место плоская деформация. Из условия несжимаемости закономерность изменения средних скоростей перемещений  $\bar{V}$  в направлении оси прокатки представима в форме  $\bar{v}_0 h_0 = \bar{v}_k h_k = \bar{v} h$ , где  $\bar{v}_0, \bar{v}_k$  – средние скорости перемещений на входе в валки и на выходе из них,  $h$  – толщина полосы в текущем сечении. Очевидно, что по мере продвижения металла в валках средняя скорость  $\bar{V}$  возрастает.

Приведенные выше преимущества прессопрокатки позволяют [3] считать, что зоны отставания и прилипания могут отсутствовать. Заталкивание металла в валки осуществляется прессовой составляющей  $P$ , а весь очаг деформации чаще всего превращается в зону опережения. При этом, если учесть, что вращение валков и движение пуансона осуществляется от одного привода, то необходимый угол поворота валков за рабочий ход будет минимальным, соответствующим ходу пуансона на длину заготовки или даже меньше.

Решение задачи основано на идеях [2] о течении металла в клиновидном сходящемся канале. При математической формулировке задачи принято, что указанное течение является двумерным и радиальным, а уширение отсутствует. Полагая далее угол захвата малым, заменяем дугу контакта прямой линией (рис. 1).

Известно [2], что для описания закономерностей пластического течения в достаточно широком диапазоне температур и скоростей деформаций приемлема теория упругопластических процессов малой кривизны. Указанная теория убедительно обоснована как математическая концепция для исследования технологических процессов обработки металлов давлением [4]. Определяющие уравнения этой теории имеют вид

$$\bar{\sigma}_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0 = \frac{2\bar{\sigma}_u}{3\bar{\epsilon}_u} \bar{\dot{\epsilon}}_{ij}. \quad (1.1)$$

Здесь  $\bar{\sigma}_{ij}$ ,  $\bar{\dot{\epsilon}}_{ij}$  – соответственно компоненты тензоров напряжений и скоростей деформации,  $\sigma_0$  – среднее напряжение;  $\bar{\sigma}_u$ ,  $\bar{\epsilon}_u$  – интенсивности напряжений и скоростей деформаций,  $\delta_{ij}$  – символ Кронеккера.

Уравнение состояния, пригодное для описания закономерностей высокотемпературной деформации промышленных алюминиевых сплавов в широких температурно-скоростных интервалах, включая диапазоны сверхпластичности, принято [2,4] в форме

$$q_u = m_0 \eta_u^3 + \beta(\xi)\eta_u, \quad (1.2)$$

где  $q_u = \frac{\bar{\sigma}_u}{\sigma^*} - 1$ ;  $\eta_u = \frac{\bar{\dot{\epsilon}}_u}{\dot{\epsilon}^*} - 1$ ;  $\xi = \frac{\theta - \theta_c^H}{\theta_c^B - \theta_c^H}$  – приведенная температура, причем  $\theta_c^H$ ,  $\theta_c^B$  –

температуры, ограничивающие диапазон сверхпластичности;  $\sigma^* = \sigma^*(\xi)$ ;  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^*(\xi)$  – альтернативные внутренние параметры состояния;  $m_0 \sim \text{const}$ ;  $\beta(\xi)$  – управляющий параметр.

В изотермических условиях параметры  $\sigma^*$ ,  $\dot{\epsilon}^*$ ,  $\beta$  становятся постоянными величинами. Предложенную схему прессопрокатки (рис. 1) отнесем к цилиндрической системе координат  $r, \alpha, z$ , причем начало координат разместим в вершине клина, а ось  $z$  направим ортогонально течению металла.

Для математической формулировки задачи к соотношениям (1.1), (1.2) добавим:

– дифференциальные уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\alpha}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{\rho\alpha}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{2\tau_{\rho\alpha}}{\rho} = 0; \quad (1.3)$$

– геометрические соотношения

$$\dot{\epsilon}_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho}; \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{v_\rho}{\rho}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial v_\rho}{\partial \alpha}; \quad (1.4)$$

– условие несжимаемости в скоростях

$$\dot{\epsilon}_\rho + \dot{\epsilon}_\alpha = 0. \quad (1.5)$$

Здесь введены безразмерные величины

$$\rho = \frac{r}{R}; \quad \sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{\sigma^*}; \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\bar{\dot{\epsilon}}_{ij}}{\dot{\epsilon}^*}; \quad v_\rho = \frac{v_r}{\dot{\epsilon}^* R}, \text{ причем } v_r \text{ – скорость радиального перемещения.}$$

Граничные условия будем формулировать в процессе решения.

**2. Определение разрешающей функции.** Зависимости (1.4) подставим в (1.5) и получим следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0. \quad (2.1)$$

Интеграл уравнения (2.1) равняется

$$v_\rho = \frac{k(\alpha)}{\rho}, \quad (2.2)$$

где  $k(\alpha)$  – неизвестная функция, подлежащая определению.

Используя (2.2), для скоростей деформаций (1.4) можно записать

$$\dot{\epsilon}_\rho = -\frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{k(\alpha)}{\rho^2}; \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{k'(\alpha)}{\rho^2}. \quad (2.3)$$

Явное выражение для интенсивности скоростей деформаций представим в форме

$$\dot{\varepsilon}_u = \frac{1}{\rho^2} L^{1/2}(\alpha), \quad (2.4)$$

где 
$$L(\alpha) = \frac{1}{3} [4k^2(\alpha) + k'^2(\alpha)]. \quad (2.5)$$

Теперь определяющие соотношения (1.1) с учетом (1.2), (2.3), (2.4), (2.5) примут вид

$$\sigma_\rho - \sigma_0 = -\frac{2}{3} F(\alpha, \rho) k(\alpha); \quad \sigma_\alpha - \sigma_0 = \frac{2}{3} F(\alpha, \rho) k(\alpha);$$

$$\tau_{\rho\alpha} = \frac{1}{3} F(\alpha, \rho) \cdot k'(\alpha), \quad (2.6)$$

причем

$$F(\alpha, \rho) = (1 - m_0 - \beta) L^{-1/2}(\alpha) + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4} L^{1/2}(\alpha) + \frac{m_0}{\rho^6} L(\alpha). \quad (2.7)$$

Таким образом, компоненты напряжений, скоростей перемещений и деформаций будут найдены, если установлен явный вид функции  $k(\alpha)$ , которую назовем разрешающей.

Для отыскания функции  $k(\alpha)$  подставим соотношения (2.6) в дифференциальные уравнения равновесия (1.3). Полученные производные  $\frac{\partial \sigma_0}{\partial \rho}$  и  $\frac{\partial \sigma_0}{\partial \alpha}$  продифференцируем соответственно по  $\alpha$  и  $\rho$ . Приравняв

правые части записанных равенств друг другу, после несложных, но громоздких преобразований, будем иметь следующее дифференциальное уравнение

$$k''' + 4k' = 0 \quad (2.8)$$

Интегрирование (2.8) для функции  $k = k(\alpha)$  дает

$$k(\alpha) = -\frac{1}{2} C_1 \cos 2\alpha + \frac{1}{2} C_2 \sin 2\alpha + C_3, \quad (2.9)$$

причем  $C_1, C_2, C_3$  – постоянные интегрирования.

Два граничных условия запишем в форме

$$\tau_{\rho\alpha}|_{\alpha=0} = 0; \quad S|_{\alpha=\alpha^*} = -\chi \tau_{\max}, \quad (2.10)$$

где  $S$  – контактное усилие, равное действующему касательному напряжению [5],  $\chi$  – коэффициент пропорциональности между контактным усилием и максимальным касательным напряжением.

С учетом (2.10) на основании (2.6), (2.9) для  $k(\alpha)$  получим

$$k(\alpha) = \frac{C_1}{2} (\psi - \cos 2\alpha), \quad (2.11)$$

причем

$$\psi(\alpha^*, \chi) = \cos \alpha^* + \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{\chi} \sin \alpha^*. \quad (2.12)$$

**Очевидно, что выражение для разрешающей функции  $k(\alpha)$  будет установлено после определения постоянной  $C_1$ .**

**3. Поле скоростей перемещений и деформаций.** Рассмотрение кинематики течения связано с выбором очага деформации, который, как указано выше, ограничен частью полосы между входом  $r_0 = r_0(\alpha)$  и выходом  $r_k = r_k(\alpha)$  (рис. 1). Используя известные результаты [4], запишем в окончательном виде уравнения указанных поверхностей в безразмерных координатах

$$\rho_0 = \frac{C_1}{4v_0} \cdot \frac{2\alpha\psi - \sin 2\alpha}{\sin \alpha}, \quad \rho_k = \frac{C_1}{4v_0} \cdot \frac{2\alpha\psi - \sin 2\alpha}{\lambda \sin \alpha}, \quad (3.1)$$

где  $\lambda = h_0/h_k$  – степень обжатия полосы, а  $\psi = \psi(\alpha^*, \chi)$  определяется формулой (2.12). Вычислим теперь секундный объем, проходящий через поверхность  $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ . В безразмерных координатах будем иметь

$$W^c = \iint_A v_\rho|_{\rho=\rho_0} dA, \quad (3.2)$$

Здесь  $A$  – площадь поверхности  $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ , приходящаяся на единицу ширины полосы.

Если учесть, что в цилиндрических координатах  $dA = \rho_0 d\alpha$ , то

$$W^c = 2 \int_0^{\alpha^*/2} v_\rho \Big|_{\rho=\rho_0} \cdot \rho_0 d\alpha. \quad (3.3)$$

Воспользуемся теперь зависимостью (2.2) при  $\rho = \rho_0$ . Привлекая при этом теорему о среднем, из (3.3) получаем

$$2 \int_0^{\alpha^*/2} k(\alpha) d\alpha = v_0 \alpha^*. \quad (3.4)$$

После подстановки в (3.4) формулы (2.11) и вычисления интеграла величина  $C_I$  определится так

$$C_1 = \frac{2v_0}{\bar{\psi}}, \quad \text{где } \bar{\psi} = \frac{\alpha^*}{\alpha^* \psi - \sin \alpha^*}. \quad (3.5)$$

Приведем теперь окончательные зависимости для нахождения:

– разрешающей функции  $k = k(\alpha)$

$$k(\alpha) = \frac{v_0}{\bar{\psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \quad (3.6)$$

– скорости радиального перемещения

$$v_\rho = \frac{v_0}{\rho \bar{\psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \quad (3.7)$$

– функций  $\rho_0 = \rho_0(\alpha)$ ,  $\rho_k = \rho_k(\alpha)$ , ограничивающих в радиальном направлении очаг пластической деформации,

$$\rho_0(\alpha) = \frac{2\alpha\psi - \sin 2\alpha}{2\bar{\psi} \sin \alpha}; \quad \rho_k(\alpha) = \frac{2\alpha\psi - \sin 2\alpha}{2\lambda\bar{\psi} \sin \alpha}; \quad (3.8)$$

– скоростей деформаций

$$\dot{\epsilon}_\rho = -\frac{v_0}{\rho^2 \bar{\psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \quad \dot{\epsilon}_\alpha = \frac{v_0}{\rho^2 \bar{\psi}} (\psi - \cos 2\alpha); \quad \dot{\gamma}_{\rho\alpha} = \frac{2v_0}{\rho^2 \bar{\psi}} \sin 2\alpha. \quad (3.9)$$

Здесь  $\psi = \psi(\alpha^*, \chi)$ ,  $\bar{\psi} = \bar{\psi}(\alpha^*, \chi)$  определяются соответственно выражениями (2.12), (3.5).

**4. Определение компонент напряжений.** Вычисление компонент напряжений осуществлено решением дифференциальных уравнений равновесия (1.5) совместно с (2.6) и с использованием соотношений (3.6)...(3.9).

Явные выражения для составляющих напряжений приведем в виде, необходимом для применения ниже

$$\begin{aligned} 3\sigma_\rho &= (1 - m_0 - \beta)L^{-1/2} \left( \frac{L'k'}{L} - \varphi \right) \ln \frac{\rho}{\rho_k} - 4(1 - m_0 - \beta)L^{-1/2} k - \\ &- \frac{3m_0 + \beta}{2} \varphi \left( \frac{1}{\rho_k^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) - 4(3m_0 + \beta) \frac{k}{\rho_k^2} + \frac{3}{4} m_0 L^{1/2} \left( \frac{L'k'}{2L} + \varphi \right) \times \\ &\times \left( \frac{1}{\rho_k^4} - \frac{1}{\rho^4} \right) + 12m_0 L^{1/2} \frac{k}{\rho_k^4} - \frac{m_0}{6} L \left( \frac{L'k'}{L} + \varphi \right) \cdot \left( \frac{1}{\rho_k^6} - \frac{1}{\rho^6} \right) - 4m_0 L \frac{k}{\rho_k^6}; \\ 3\sigma_\alpha &= (1 - m_0 - \beta)L^{-1/2} \left( \frac{L'k'}{L} - \varphi \right) \ln \frac{\rho}{\rho_k} - \frac{3m_0 + \beta}{2} (\varphi + 8k) \cdot \left( \frac{1}{\rho_k^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) + \\ &+ \frac{3}{4} m_0 L^{1/2} \left( \frac{L'k'}{2L} + \varphi + 16k \right) \cdot \left( \frac{1}{\rho_k^4} - \frac{1}{\rho^4} \right) - \frac{m_0}{6} L \left( \frac{L'k'}{L} + \varphi + 24k \right) \cdot \left( \frac{1}{\rho_k^6} - \frac{1}{\rho^6} \right); \\ 3\tau_{\rho\alpha} &= \left[ (1 - m_0 - \beta)L^{-1/2} + \frac{3m_0 + \beta}{\rho^2} - \frac{3m_0}{\rho^4} L^{1/2} + \frac{m_0}{\rho^6} L \right] k'. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Здесь, как и выше,  $L(\alpha)$ ,  $k(\alpha)$ ,  $\rho_0(\alpha)$ ,  $\rho_k(\alpha)$  определяются соответственно выражениями (2.5), (3.6), (3.8), а  $\varphi(\alpha) = k'' - 4k$ .

Укажем лишь, что получаемая при интегрировании произвольная функция угла  $\alpha$  определена из граничного условия

$$\sigma_{\alpha} \Big|_{\rho=\rho_k} = 0. \tag{4.2}$$

**5. Кинематические и силовые параметры процесса прессопрокатки.** Прессовая составляющая процесса на выходе из валков должна обращаться в ноль. Указанное условие с вычислением усилия, приходящегося на единицу ширины полосы, запишется так

$$\int_0^{\alpha^*/2} \sigma_{\rho} \Big|_{\rho=\rho_k} \rho_k d\alpha = 0. \tag{5.1}$$

Поставив в (5.1) формулу для радиального напряжения (4.1), приходим к кубическому уравнению относительно скорости прессования

$$a_0 + a_1 v_0 + a_2 v_0^2 + a_3 v_0^3 = 0, \tag{5.2}$$

где коэффициенты  $a_i$  определяются интегралами

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\sqrt{3}}{\lambda \bar{\psi}} (1 - m_0 - \beta) \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_2(\alpha) H_3(\alpha)}{H_1^{1/2}(\alpha)} d\alpha; \quad a_1 = -8(3m_0 + \beta) \lambda \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_2(\alpha)}{H_3(\alpha)} d\alpha; \\ a_2 &= \frac{192}{\sqrt{3}} m_0 \bar{\psi} \lambda^3 \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_1^{1/2}(\alpha) H_2(\alpha)}{H_3^3(\alpha)} d\alpha; \\ a_3 &= -\frac{512}{3} m_0 \bar{\psi}^2 \lambda^5 \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_1(\alpha) H_2(\alpha)}{H_3^5(\alpha)} d\alpha, \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$\text{причем } H_1(\alpha) = 1 + \psi^2 - 2\psi \cos 2\alpha; \quad H_2(\alpha) = \psi - \cos 2\alpha; \quad H_3(\alpha) = \frac{2\alpha\psi - \sin 2\alpha}{\sin \alpha}, \tag{5.4}$$

а для  $\psi = \psi(\alpha^*, \chi)$ ,  $\bar{\psi} = \bar{\psi}(\alpha^*, \chi)$ , получено соответственно (2.12), (3.5).

Степень обжатия  $\lambda = h_0 / h_k$  задается, естественно, из технологических соображений и связана с углом захвата  $\alpha^*$  и диаметром валков  $2R$  (рис. 1). Примем связь между указанными величинами, предложенную в [2], в форме условия

$$\frac{h_0 - h_k}{2 \sin(\alpha^*/2)} = \frac{R \sin \alpha^*}{\cos(\alpha^*/2)}. \tag{5.5}$$

Решение уравнения (5.2) совместно с (5.5) реализовано численно при характеристиках материала  $m_0 = 0,33$ ;  $\beta = -0,1674$ , свойственных алюминиевому сплаву АМг5 [4], а также  $\chi = 0,3$ ;  $R = 0,1$ ;  $h_0 = 0,01$ ;  $\lambda = 1,3..2,5$ .

Результаты решения представлены на рис. 2 в виде зависимости скорости подачи материала в валки  $v_0$  от степени обжатия  $\lambda$ .

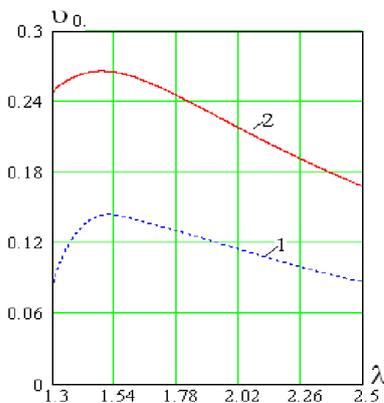


Рис. 2. Зависимость скорости подачи материала в валки: 1 – вне скоростных режимов сверхпластичности; 2 – в скоростных режимах сверхпластичности.

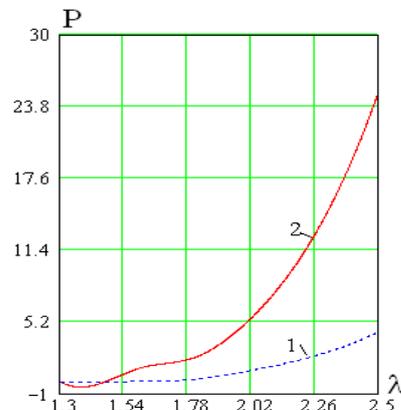


Рис. 3. Зависимость прессовой составляющей процесса от степени обжатия полосы: 1 – вне скоростных условий сверхпластичности; 2 – в скоростных условиях сверхпластичности.

Величину усилия прессования определим по формуле

$$P|_{\rho=\rho_0} = 2 \int_0^{\alpha^*/2} \sigma_\rho|_{\rho=\rho_0} \rho_0 d\alpha. \quad (5.6)$$

Подставив первую зависимость (4.5) в (5.6), получим

$$P = b_0 + b_1 v_0 + b_2 v_0^2 + b_3 v_0^3. \quad (5.7)$$

Здесь коэффициенты  $b_i$  равняются

$$b_0 = \frac{4\sqrt{3}}{3\bar{\psi}} \left\{ (1 - m_0 - \beta) \ln \lambda \int_0^{\alpha^*/2} \left( \frac{H_2^2(\alpha)H_4(\alpha)}{H_1^{3/2}(\alpha)} - \frac{H_5(\alpha)H_4(\alpha)}{H_1^{1/2}(\alpha)} \right) d\alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_2(\alpha)H_4(\alpha)}{H_1^{1/2}(\alpha)} d\alpha \right\};$$

$$b_1 = -\frac{8}{3}(3m_0 + \beta) \left\{ \frac{1}{2}(\lambda^2 - 1) \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_5(\alpha)}{H_4(\alpha)} d\alpha + \lambda^2 \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_2(\alpha)}{H_4(\alpha)} d\alpha \right\}; \quad (5.8)$$

$$b_2 = \frac{128}{\sqrt{3}} m_0 \bar{\psi} \left\{ \frac{1}{4}(\lambda^4 - 1) \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_2^2(\alpha)}{H_1^{1/2}(\alpha)H_4(\alpha)} d\alpha + \lambda^4 \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_1^{1/2}(\alpha)H_2(\alpha)}{H_4^3(\alpha)} d\alpha \right\};$$

$$b_3 = -\frac{1024}{9} m_0 \bar{\psi} \left\{ \frac{1}{3}(\lambda^6 - 1) \int_0^{\alpha^*/2} \left[ H_2^2(\alpha) + \frac{1}{2} H_5(\alpha) \right] \frac{d\alpha}{H_4^5(\alpha)} + \lambda^6 \int_0^{\alpha^*/2} \frac{H_1(\alpha)H_2(\alpha)}{H_4^5(\alpha)} d\alpha \right\} \text{ где } \kappa$$

введенным уже выражениям  $H_1(\alpha)$ ,  $H_2(\alpha)$ ,  $H_3(\alpha)$  (5.4) добавляются ещё

$$H_4(\alpha) = 2 \cos 2\alpha - \psi; \quad H_5(\alpha) = H_3(\alpha) / \sin \alpha. \quad (5.9)$$

Зависимость  $P \sim \lambda$ , рассчитанная для сплава АМг5 при использованных выше параметрах процесса, представлена на рис.3.

Перейдем теперь к определению давления на валки  $q = q(\rho)$ . Его отождествляем с окружным нормальным напряжением на поверхности контакта. Иными словами,

$$\sigma_\alpha|_{\alpha=\frac{\alpha^*}{2}} = -q(\rho). \quad (5.10)$$

Подстановка второй формулы (4.1) в (5.10) позволяет для величины  $q(\rho)$  записать выражение

$$q(\rho) = -\frac{1}{3} \left[ n_1 \ln \frac{\rho}{\rho_k} + n_2 \left( \frac{1}{\rho_k^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) + n_3 \left( \frac{1}{\rho_k^4} - \frac{1}{\rho^4} \right) + n_4 \left( \frac{1}{\rho_k^6} - \frac{1}{\rho^6} \right) \right], \quad (5.11)$$

где положено

$$n_1 = -2\sqrt{3}(1 - m_0 - \beta) \left[ 2\psi^2 \sin^2 \alpha^* H_1^{-1}(\alpha^*/2) - H_4(\alpha^*/2) H_1^{-1/2}(\alpha^*/2) \right]; \\ n_2 = 2(3m_0 + \beta) \frac{v_0}{\bar{\psi}} \left[ H_4(\alpha^*/2) + 2H_2(\alpha^*/2) \right]; \quad (5.12)$$

$$n_3 = 2\sqrt{3} m_0 \left( \frac{v_0}{\bar{\psi}} \right)^2 H_1^{1/2}(\alpha^*/2) \left[ \psi^2 \sin^2 \alpha^* H_1^{-1}(\alpha^*/2) + H_4(\alpha^*/2) + 2H_2(\alpha^*/2) \right];$$

$$n_4 = \frac{8m_0}{9} \left( \frac{v_0}{\bar{\psi}} \right)^3 \left[ 2\psi^2 \sin^2 \alpha^* + H_1(\alpha^*/2) H_4(\alpha^*/2) + 6H_2(\alpha^*/2) H_1(\alpha^*/2) \right],$$

а явные выражения для  $H_i$  приведены выше (5.4), (5.9). Эпюра давлений на валки, рассчитанная по формулам (5.11), (5.12), приведена на рис. 4. Указанные эпюры соответствуют принятым выше параметрам материала и

процесса и построены при  $\lambda=1,7$ . Этому значению отвечают  $\alpha^* = 0,1849$ ;  $\nu_0 = 0,07755$ ;  $\rho_0 = 0,3290$ ;  $\rho_k = 0,2056$ .

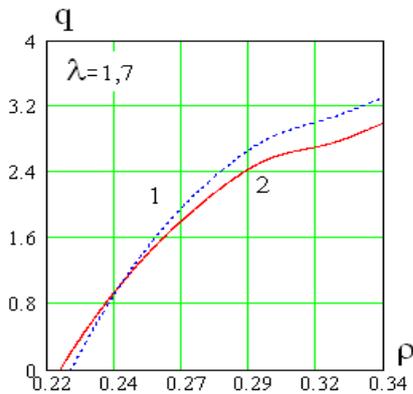


Рис.4. Зависимость давления на валки от радиальной составляющей: 1 – вне скоростных режимов сверхпластичности; 2 – в скоростных режимах сверхпластичности.

Таким образом, получено решение плоской задачи прямого прессопрокатки алюминиевого листа в изотермических условиях. Установлены явные выражения для скоростей перемещений и деформаций, определено поле напряжений и вычислены усилия прессопрокатки, в том числе в режимах сверхпластичности.

Автор выражает большую признательность за помощь в этой работе Я.И. Рудаеву.

#### Литература:

1. Металловедение и технология металлов / Солнцев Ю.П., Веселов В.А., Демьянцевич В.П. и др. – М.: Металлургия. – 1988. – 512 с.
2. Смирнов В.С. Теория обработки металлов давлением. – М.: Металлургия. – 1973. – 496 с.
3. Чашников Д.И., Шимко А.Ф. Определение необходимого угла поворота за рабочий ход при прессопрокатке // Судостроительная промышленность, серия материаловедение. – 1978. – Вып. 26. – С. 64-67.
4. Рудаев Я.И. Введение в механику динамической сверхпластичности. – Бишкек: Изд-во КРСУ. – 2003. – 134 с.