

Мурзакулов К.Е.

**ВЫВОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ИЗНАШИВАНИЯ ПОКРЫТИЯ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ЖЕЛЕЗА**

УДК: 621.797.

*Бул макалада майланбаган жана майланган түрдүү чөйрөдө сүрткүлөө ыкмасында электролиттелген темир менен катталган тетиктин беттеринин жешилүүсүн изилдөөдө жалгыз жана көптөгөн факторлуу эксперименттерди пландаштыруунун негизги принциби, жобосу берилген. Майлуу чөйрөнүн касиеттеринин, басымдын жана ылдамдыктын жешилүүнүн интенсивдүүлүгүнө чогуу биргелешип таасир этүүсүнүн математикалык модели чыгарылган. Статистиканын негизги талаптарына ылайык эксперименттердин натыйжалары Стьюдент, Кохрен, Фишердин критерийлери менен текшерилген.*

*В статье приводятся основные принципы и положения планирования одно и много факторных экспериментов при исследовании износа покрытий осадков железа нанесенного электронатирием без смазки и в различных средах. Получены математические модели, адекватно отражающие влияние свойств смазочной среды, давления и скорости скольжения на интенсивность износа. Приводится также проверка результатов по критериям Стьюдента, Кохрена, Фишера и по основным требованиям статистики.*

О конкретных результатах по электролитическому железнению для наращивания изношенной поверхности деталей способом электронатирирования имеется слишком мало информации и особенно отсутствуют данные об изнашивании покрытия, полученного электронатирированием. [1]

В связи с вышеуказанными возникает необходимость исследования электролитического железного покрытия нанесенного электронатирием при различных режимах трения и с различными материалами. [2,3]

В исследуемых деталях путем анализа состояния поверхностных слоев, условий внешних механических воздействий, среды, материала и других факторов определяется ведущий вид износа. Обнаруженный вид износа воспроизводится на

испытательной машине в лабораторных условиях. [4] При этом определяется закономерности в развитии видов износа в зависимости от основных групп факторов, а именно:

- группы факторов внешних механических воздействий;
- группы факторов среды;
- группы факторов материалов.

В целях получения возможно большей информации при минимальном количестве экспериментов в работе применены основные принципы и положения планирования многофакторных экспериментов. Для случая однофакторного эксперимента, при исследовании износа осадков железа без смазки, обработка данных производилось факторным дисперсионным анализом. При подготовке экспериментов очень важно соблюдение предварительных условий, обеспечивающих большую достоверность при определении влияния факторов. К таковым следует отнести априорное ранжирование и рандомизацию эксперимента. Первое выполнялось на основании обработки литературных источников, а второе условие составлением специальной матрицы проведения экспериментов с учетом количества факторов. Для исследования влияния факторов нагружения и среды составлялся рандомизированный план для каждой серии экспериментов. На основании поисковых опытов выяснено, что трехкратная повторность экспериментов обеспечивает достоверную вероятность не менее  $\alpha = 0,90$  [5,6].

Алгоритм однофакторного дисперсионного анализа, по которому выполнялась математическая обработка результатов при трении без смазки, представлен в таблице №1

Таблица №1

Показатели	Уровни фактора м/с										Число уровней K=10
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>	V <sub>7</sub>	V <sub>8</sub>	V <sub>9</sub>	V <sub>10</sub>	
Отклик уровня <b>Y<sub>i</sub></b>	y' <sub>1</sub> y'' <sub>1</sub> y''' <sub>1</sub>	y' <sub>2</sub> y'' <sub>2</sub> y''' <sub>2</sub>	y' <sub>3</sub> y'' <sub>3</sub> y''' <sub>3</sub>	y' <sub>4</sub> y'' <sub>4</sub> y''' <sub>4</sub>	y' <sub>5</sub> y'' <sub>5</sub> y''' <sub>5</sub>	y' <sub>6</sub> y'' <sub>6</sub> y''' <sub>6</sub>	y' <sub>7</sub> y'' <sub>7</sub> y''' <sub>7</sub>	y' <sub>8</sub> y'' <sub>8</sub> y''' <sub>8</sub>	y' <sub>9</sub> y'' <sub>9</sub> y''' <sub>9</sub>	y' <sub>10</sub> y'' <sub>10</sub> y''' <sub>10</sub>	$H = \frac{(\sum \sum y)^2}{N}$
Повторность опыта <i>l</i>	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	N=∑n=30
Сумма по столбцам	∑y <sub>1</sub>	∑y <sub>2</sub>	∑y <sub>3</sub>	∑y <sub>4</sub>	∑y <sub>5</sub>	∑y <sub>6</sub>	∑y <sub>7</sub>	∑y <sub>8</sub>	∑y <sub>9</sub>	∑y <sub>10</sub>	∑∑Y <sub>i</sub>
Сумма квадратов по столбцам	∑y <sub>1</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>2</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>3</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>4</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>5</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>6</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>7</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>8</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>9</sub> <sup>2</sup>	∑y <sub>10</sub> <sup>2</sup>	∑∑Y <sup>2</sup>
Средняя от квадрата суммы h <sub>i</sub>	$\frac{(\sum y_1)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_2)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_3)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_4)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_5)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_6)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_7)^2}{n}$	$\frac{(\sum y_8)^2}{n}$			∑∑h <sub>i</sub>
Средняя по столбцам <i>y</i>	$\frac{\sum y_1}{n}$	$\frac{\sum y_2}{n}$	$\frac{\sum y_3}{n}$	$\frac{\sum y_4}{n}$	$\frac{\sum y_5}{n}$	$\frac{\sum y_6}{n}$	$\frac{\sum y_7}{n}$	$\frac{\sum y_8}{n}$	$\frac{\sum y_9}{n}$	$\frac{\sum y_{10}}{n}$	

Факториальная сумма квадратов  $SS_{out} = \sum \sum y_i^2 - \sum h_i$   
 Случайная сумма квадратов  $SS_{ucn} = \sum h_i - H$   
 Общая сумма квадратов  $SS_{общ} = \sum \sum y_i^2 - H$   
 Факториальная дисперсия  $G_x^2 = \frac{SS_{ucn}}{k-1}$   
 Случайная дисперсия  $G_z^2 = \frac{SS_{out}}{N-k}$

$T_i$  – эффект  $i$  уровня;  
 $E_{ij}$  – случайная ошибка на  $i$  наблюдений и на  $j$  уровне.

Для получения математической модели, характеризующей влияние отдельных факторов и их сочетаний при износе электролитического железа в различных средах в зависимости от скорости и давления, был выполнен эксперимент типа  $2^3$ . Два фактора в эксперименте приняты количественные, а один качественный.

Пределы изменений факторов показаны в таблице №2

Таблица №2

Обозначения факторов	Кодированное обозначение и действительное значение			Размерность
	+1	0	-1	
$X_1$ (скорость скольжения)	10	5,5	1	м/сек.
$X_2$ (давление)	24	16	8	кг·с/см <sup>2</sup>
$X_3$ (смазка)	активная	–	инактивная	–

За показатель достоверности принят критерий Фишера  $F = \frac{\delta_7^2}{\delta_K^2}$

Во всех случаях при проверке по F - критерия для соответствующего значения степеней свободы результаты однофакторного эксперимента не выходили за пределы допустимого.

Математическая модель однофакторного эксперимента может быть выражена:

$$U_{ij} = m + T_i + E_{ij}$$

Где  $U_{ij}$  – значение изучаемой величины;  
 $m$  – среднее значение;

Матрица планирования опытов типа  $2^3$  представлена на таблице №3

Таблица №3

№ опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	$y'$	$y''$	$y'''$	$\bar{y}$	$S_y^2$
1	+	-	-	-	+	+	+	-	$y'_1$	$y''_1$	$y'''_1$	$\bar{y}_1$	
2	+	+	-	-	-	-	+	+	$y'_2$	$y''_2$	$y'''_2$	$\bar{y}_2$	
3	+	-	+	-	-	+	-	+	$y'_3$	$y''_3$	$y'''_3$	$\bar{y}_3$	
4	+	+	+	-	+	-	-	-	$y'_4$	$y''_4$	$y'''_4$	$\bar{y}_4$	
5	+	-	-	+	+	-	-	+	$y'_5$	$y''_5$	$y'''_5$	$\bar{y}_5$	
6	+	+	-	+	-	+	-	-	$y'_6$	$y''_6$	$y'''_6$	$\bar{y}_6$	
7	+	-	+	+	-	-	+	-	$y'_7$	$y''_7$	$y'''_7$	$\bar{y}_7$	
8	+	+	+	+	+	+	+	+	$y'_8$	$y''_8$	$y'''_8$	$\bar{y}_8$	

Обусловлено  
 Полигоном  
 восполнить

Математическая модель, отображающая результаты экспериментов типа  $2^3$ , может быть представлена в виде:

$$U = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \theta_3 X_3 + \theta_{1,2} X_1 X_2 + \theta_{1,3} X_1 X_3 + \theta_{2,3} X_2 X_3 + \theta_{1,2,3} X_1 X_2 X_3$$

Коэффициенты регрессии определялись из выражения,  
 где – значение фактора в  $i$  – ном опыте;  
 – средний отклик в  $i$  – ном опыте.

Построчные дисперсии определялись по формуле:  $S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2$ ,

где  $Y_i$  – параметр оптимизации (износ  $\text{мг/см}^2 \cdot 10^3$  в  $i$  – ном опыте);

$n$  – количество повторных опытов.

Проверка однородности дисперсий производилась по критерию Кохрена.

Дисперсия, характеризующая ошибку опыта, определялась по формуле:

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2$$

где  $N$  – количество вариантов опытов.

Ошибка опыта соответственно определится

$$S[Y] = \sqrt{S^2[Y]}$$

Дисперсия коэффициента регрессии опреде-

лялась по формуле

$$S^2[Y] = \frac{1}{N(n-1)} \sum_1^N (Y_i - \bar{Y}_i)^2$$

Ошибка в определении коэффициентов регрессии соответственно будет.

Значимость коэффициентов регрессии определялась по критерию Стьюдента,

$$F_{расч.} = \frac{S_{ад}^2}{S^2[Y]} \leq F_{кр}$$

где – расчетное значение критерия Стьюдента, – критическое значение критерия Стьюдента.

Проверка адекватности модели производилась оценкой отклонения величины  $\bar{Y}$ , предсказанной уравнением регрессии от результатов эксперимента  $\bar{Y}$  в различных точках факторного пространства. Окончательная проверка гипотезы об адекватности модели производилась с использованием F – критерия Фишера,

где – расчетное значение критерия Фишера;  
– табличное значение критерия Фишера.

#### Литература:

1. Мурзакулов К.Е. О восстановлении деталей машин способом натирания // Вестник КТУ машиностроительного факультета, Бишкек, 1999, вып.2 с.8
2. Мурзакулов К.Е. Износ электролитического железного покрытия с различной смазкой. // Наука и новая технология. Бишкек, 2000. №1 с.113.
3. Мурзакулов К.Е. Износ электролитического железного покрытия без смазки. // Наука и новая технология. Бишкек, 2006. №2 с.88.
4. Юшко С.А. Методы лабораторного исследования. М., "Недра", 1966, с.27.
5. Адлер Ю.П. и др. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М., "Наука", 1976. с.12.
6. Терехов А.П. Цифровое моделирование механизированных процессов сельскохозяйственного производства. М., "Машиностроение", 1971. с.24.